

## LOS MOMENTOS MAGNETICOS ANOMALOS DE LOS NUCLEONES II

Fernando E. Prieto C.

Instituto de Física de la Universidad Nacional de México e

Instituto Nacional de la Investigación Científica

(Recibido: Junio 7, 1952)

## RESUMEN

*The covariant formalisms of Dyson-Feynman and Schwinger are used in this paper to obtain the second order correction to the nucleon current due to the meson-nucleon coupling. This correction will be used in a forthcoming paper to obtain the anomalous magnetic moments of nucleons.*

En una publicación anterior<sup>1</sup>, fueron calculadas las autoenergías electromagnética y mesónica de los nucleones en interacción con un campo electromagnético y uno pseudoescalar de mesón, y se encontró que ambas son logarítmicamente divergentes.

Continuando con el programa propuesto, vamos a proceder ahora al cálculo de la corriente de nucleón corregida por

la interacción con el campo de mesón, de la cual se obtendrá posteriormente la contribución a los momentos magnéticos de los nucleones de la interacción mesón-nucleón, para agregarle finalmente la contribución debida a la interacción con el campo electromagnético.

De acuerdo con Dyson<sup>2</sup>, las correcciones radiativas al movimiento del nucleón, pueden asignarse a una corriente modificada de nucleones definida por

$$\dot{j}'_{\mu}(\mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[ -\frac{i}{c\hbar} \right]^n \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 \dots d\omega_n P(\dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}), K(\mathbf{x}_1), \dots, K(\mathbf{x}_n)) \quad (1)$$

en la que  $P$  es el operador de ordenamiento cronológico y

$$K(\mathbf{x}) = H(\mathbf{x}) - H_{1,0,0}^{(m)}(\mathbf{x}) \quad . \quad (2)$$

Hasta segundo orden en la constante de acoplamiento, la corriente modificada de nucleones puede escribirse como

$$\dot{j}'_{\mu}(\mathbf{x}) = \dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}) + \delta \dot{j}_{\mu}^{(1)}(\mathbf{x}) + \delta \dot{j}_{\mu}^{(2)}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

en la que

$$\delta \dot{j}_{\mu}^{(1)}(\mathbf{x}) = -\frac{i}{c\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' P(\dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}), H(\mathbf{x}')) \quad (4)$$

y

$$\begin{aligned} \delta \dot{j}_{\mu}^{(2)}(\mathbf{x}) = & -\frac{1}{2c^2\hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' P(\dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}), H(\mathbf{x}'), H(\mathbf{x}'')) + \\ & + \frac{i}{c\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' P(\dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}), H_{1,0,0}^{(m)}(\mathbf{x}')) \end{aligned} \quad (5)$$

son las correcciones de primer y segundo orden respectivamente.

Puesto que por ahora estamos interesados únicamente en las propiedades de los nucleones, necesitamos los elementos de matriz de la corriente modificada, tomados entre dos estados con un nucleón y cero mesones presentes, y en particular, para efectos de segundo orden se requiere encontrar:

$$(2|\delta j_{\mu}^{(2)}(x)|1) = (2|(\delta j_{\mu}^{(2)}(x))_{1,0}|1) \quad (6)$$

Las gráficas de Feynman-Dyson de los procesos que dan contribución a estos elementos de matriz son las indicadas en la Fig. 1\*.

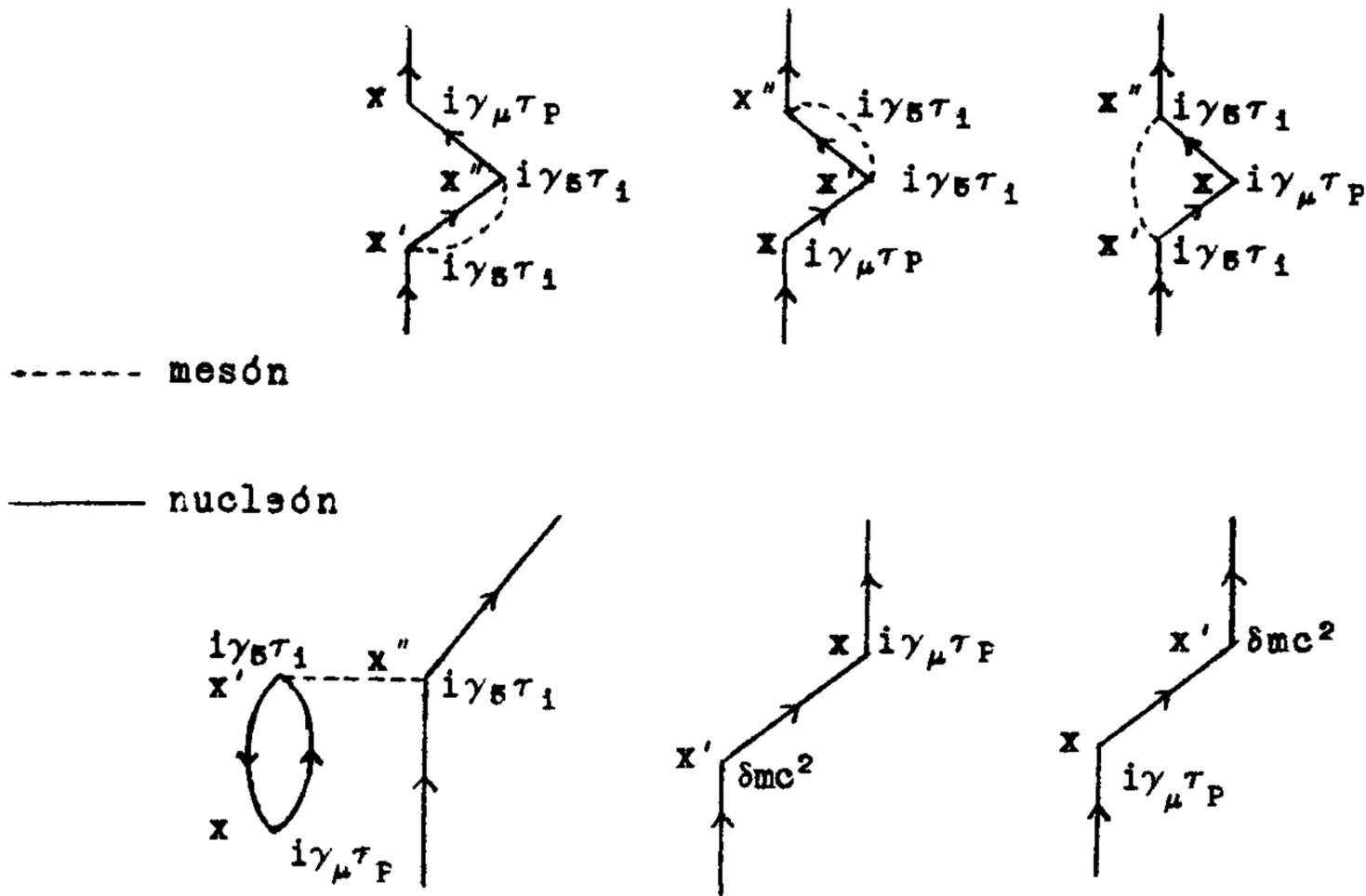


Fig. 1

\*Puesto que por ahora no se están tomando en cuenta los efectos electromagnéticos, no es necesario distinguir entre las autoenergías electromagnética y mesónica, todo se refiere exclusivamente a mesones.

De estas gráficas se obtiene para la corrección de segundo orden a la corriente la expresión

$$\dot{j}_2 = (\delta \dot{j}_\mu^{(2)}(\mathbf{x}))_{1,0} = I + II + III + IV + V + VI \quad (7)$$

en la que

$$I = \frac{ief^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_\mu \tau_P S_F(\mathbf{x}'' - \mathbf{x}) \gamma_5 \tau_1 \times \\ \times S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 \psi(\mathbf{x}') D_{\kappa F}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')$$

$$II = \frac{ief^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 S_F(\mathbf{x} - \mathbf{x}'') \times \\ \times \gamma_\mu \tau_P \psi(\mathbf{x}) D_{\kappa F}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')$$

$$III = \frac{ief^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 S_F(\mathbf{x} - \mathbf{x}'') \gamma_\mu \tau_P \times \\ \times S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \gamma_5 \tau_1 \psi(\mathbf{x}') D_{\kappa F}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')$$

$$IV = - \frac{ief^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 \psi(\mathbf{x}'') \times \\ \times \text{Tr}[S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \gamma_5 \tau_1 S_F(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \gamma_\mu \tau_P] D_{\kappa F}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')$$

$$V = \frac{e}{\hbar} \delta mc^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_\mu \tau_P S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \psi(\mathbf{x}')$$

$$VI = \frac{e}{\hbar} \delta mc^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{\psi}(\mathbf{x}') S_F(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \gamma_\mu \tau_P \psi(\mathbf{x})$$

El hecho de que para  $\mu = 1, 2, 3$   $\dot{j}_\mu(\mathbf{x})$  debe ser

real, en tanto que para  $\mu = 4$  debe ser imaginaria pura, a la vez que la introducción de las funciones de Schwinger<sup>2</sup>  $S_{\pm}(x)$  y  $D_{\kappa_{\pm}}(x)$ , permiten transformar y combinar estas integrales de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
 I + II = & \frac{ie}{2\hbar} \bar{\psi}(x) \gamma_{\mu} \tau_P \int d\omega \, 2 \bar{S}(x-x') \xi^{(1,\kappa)}(x') + \\
 & + \frac{ie}{2\hbar} \int d\omega' \bar{\xi}^{(1,\kappa)}(x') S(x'-x) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(x) - \\
 & - \frac{ief^2}{8\hbar} [\bar{\psi}(x) \gamma_{\mu} \tau_P L(x) + \bar{L}(x) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(x)] \quad (8)
 \end{aligned}$$

en la que  $\xi^{(1,\kappa)}$  y  $\bar{\xi}^{(1,\kappa)}$  son las funciones introducidas en (A. 3.22 y A. 3.23) como auxiliares para el cálculo de las autoenergías, y

$$L(x) = \int d\omega' S^{(1)}(x-x') \Lambda(x') \quad (9)$$

$$\bar{L}(x) = \int d\omega' \bar{\Lambda}(x') S^{(1)}(x'-x) \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 \Lambda(x') = & \int d\omega'' \gamma_5 \tau_1 [S(x'-x'') D_{\kappa}(x'-x'') - S^{(1)}(x'-x'') D_{\kappa}^{(1)}(x'-x'')] \times \\
 & \times \gamma_5 \tau_1 \psi(x'') \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\Lambda}(x') = & \int d\omega'' \bar{\psi}(x'') \gamma_5 \tau_1 \times \\
 & \times [S(x''-x') D_{\kappa}(x'-x'') + S^{(1)}(x''-x') D_{\kappa}^{(1)}(x'-x'')] \times \\
 & \times \gamma_5 \tau_1 \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$III = - \frac{ief^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(x') K_{\mu}^{(1)}(x'-x, x-x'') \psi(x'') \quad (13)$$

con

$$K_{\mu}^{(1)}(\xi, \eta) = \frac{1}{i} \gamma_5 \tau_1 [S_+(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P S_+(\eta) D_{\kappa+}(\xi+\eta) - S_-(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P S_-(\eta) D_{\kappa-}(\xi+\eta)] \gamma_5 \tau_1 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} V+VI &= -\frac{ie}{2\hbar} \delta mc^2 \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \int d\omega' 2\bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}') - \\ &- \frac{ie}{2\hbar} \delta mc^2 \int d\omega' \bar{\psi}(\mathbf{x}') 2\bar{S}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x}) = \\ &= \frac{ie}{2\hbar} \delta mc^2 \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \int d\omega' (-\bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}') + \\ &+ \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \{\psi(\mathbf{x}), \bar{\psi}(\mathbf{x}')\} \psi(\mathbf{x}')) + \frac{ie}{2\hbar} \delta mc^2 \times \\ &\times \int d\omega' (-\bar{\psi}(\mathbf{x}') \bar{S}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) + \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) \bar{\psi}(\mathbf{x}') \times \\ &\times \{\psi(\mathbf{x}'), \bar{\psi}(\mathbf{x})\}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

y usando (A.3.39)

$$\begin{aligned} V+VI &= \frac{ie}{2\hbar} \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \int d\omega' (-\bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \xi^{(1, \kappa)}(\mathbf{x}') + \\ &+ \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \{\psi(\mathbf{x}), \bar{\xi}^{(1, \kappa)}(\mathbf{x}')\} \psi(\mathbf{x}')) + \\ &+ \frac{ie}{2\hbar} \int d\omega' (-\bar{\xi}^{(1, \kappa)}(\mathbf{x}') \bar{S}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) + \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \bar{\psi}(\mathbf{x}') \times \\ &\times \{\bar{\psi}(\mathbf{x}), \xi^{(1, \kappa)}(\mathbf{x}')\}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x}) \quad (15) \end{aligned}$$

Es conveniente introducir ahora la función  $\chi^{(2)}(\mathbf{x})$  definida por

$$\begin{aligned} \chi^{(2)}(\mathbf{x}) &= \int d\omega' [\bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \xi^{(1, \kappa)}(\mathbf{x}') + \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \times \\ &\times \{\psi(\mathbf{x}), \bar{\xi}^{(1, \kappa)}(\mathbf{x}')\} \psi(\mathbf{x}')] \quad (16) \end{aligned}$$

lo cual permite combinar (8) y (11) en

$$\begin{aligned}
 \text{I+II+V+VI} &= \frac{ie}{2\hbar} (\bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \chi^{(m)}(\mathbf{x}) + \chi^{(m)}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x})) - \\
 &\quad - \frac{ief^2}{8\hbar} [\bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P L(\mathbf{x}) + \bar{L}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x})] \quad (17)
 \end{aligned}$$

Finalmente,

$$\text{IV} = \frac{ef^2}{2\hbar} \int d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 \psi(\mathbf{x}') T \quad (18)$$

en donde

$$T = -\frac{i}{4} D_{\kappa}^{(1)}(\xi + \eta) T_1 + \epsilon(\xi) \epsilon(\xi + \eta) D_{\kappa}(\xi + \eta) T_2 \quad (19)$$

y

$$T_1 = \text{Tr} [S^{(1)}(-\xi) \gamma_5 \tau_1 S^{(1)}(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P + S(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P S(-\xi) \gamma_5 \tau_1] \quad (20)$$

$$T_2 = \text{Tr} [S^{(1)}(-\xi) \gamma_5 \tau_1 S(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P - S^{(1)}(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P S(-\xi) \gamma_5 \tau_1] \quad (21)$$

$$\xi = \mathbf{x}' - \mathbf{x} \qquad \eta = \mathbf{x} - \mathbf{x}'' \quad (22)$$

Usando las definiciones de  $S(\xi)$  y  $S^{(1)}(\xi)$ , así como las relaciones entre las funciones de Schwinger y las mismas funciones con argumento negativo,  $T_1$  y  $T_2$  pueden llevarse a la forma

$$\begin{aligned}
 T_1 &= a_1 \text{Tr}(\gamma_{\beta} \gamma_{\sigma} \gamma_{\mu} \gamma_5 \tau_1 \tau_P) + a_2 \text{Tr}(\gamma_{\beta} \gamma_{\mu} \gamma_5 \tau_1 \tau_P) + \\
 &\quad + a_3 \text{Tr}(\gamma_{\sigma} \gamma_{\mu} \gamma_5 \tau_1 \tau_P) + a_4 \text{Tr}(\gamma_{\mu} \gamma_5 \tau_1 \tau_P) \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_2 = & b_1 \text{Tr}(\gamma_\beta \gamma_\sigma \gamma_\mu \gamma_5 \tau_1 \tau_P + \gamma_\beta \gamma_\mu \gamma_\sigma \gamma_5 \tau_P \tau_1) \\
& + b_2 \text{Tr}(-\gamma_\beta \gamma_\mu \gamma_5 \tau_1 \tau_P - \gamma_\beta \gamma_\mu \gamma_5 \tau_P \tau_1) + \\
& + b_3 \text{Tr}(\gamma_\mu \gamma_\sigma \gamma_5 \tau_P \tau_1 - \gamma_\sigma \gamma_\mu \gamma_5 \tau_1 \tau_P) + \\
& + b_4 \text{Tr}(-\gamma_\mu \gamma_5 \tau_1 \tau_P + \gamma_\mu \gamma_5 \tau_P \tau_1)
\end{aligned} \tag{24}$$

en las que los coeficientes  $a_i, b_i$  son funciones de  $\xi$ .

Ahora bien, las matrices  $\gamma$  de ocho componentes que estamos usando, se obtienen de las matrices  $\gamma$  de Dirac de la manera siguiente:

$$\gamma(8 \times 8) = \begin{pmatrix} \gamma(4 \times 4) & 0 \\ 0 & \gamma(4 \times 4) \end{pmatrix} \tag{25}$$

así pues, si  $M$  es el producto de un número cualquiera de matrices  $\gamma(8 \times 8)$ , este producto será necesariamente de la forma

$$M = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \tag{26}$$

en la que  $m$  es el producto de las  $\gamma(4 \times 4)$  correspondientes. De esto se obtiene finalmente la propiedad

$$\text{Tr}(M \tau_1 \tau_P) = \text{Tr}(M \tau_P \tau_1) = \delta_{1P,4} \text{Tr}(m) \tag{27}$$

y en el caso particular en el que  $m$  es de la forma

$$m = \Gamma \gamma_5 \tag{28}$$

siendo  $\Gamma$  el producto de 1, 2 ó 3  $\gamma'_\rho$ 's ( $\rho \neq 5$ ), se sabe que

$$\text{Tr}(\mathfrak{M}) = \text{Tr}(\Gamma\gamma_5) = 0 \quad (29)$$

de modo que

$$\text{Tr}(M \tau_i \tau_p) = \text{Tr}(M \tau_p \tau_i) = 0 \quad (30)$$

y puesto que todas las trazas que intervienen en (23) y (24) son precisamente de la forma (28), concluimos que

$$T_1 = T_2 = 0 \quad (31)$$

y por lo tanto

$$IV = 0 \quad (32)$$

De (7), (13), (17) y (32) se obtiene

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_2 = & -\frac{ief^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}') K_{\mu}^{(1)}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{x}'') \psi(\mathbf{x}'') + \\ & + \frac{ie}{2\hbar} \left( \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_p \chi^{(2)}(\mathbf{x}) + \bar{\chi}^{(2)}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_p \psi(\mathbf{x}) \right) - \\ & - \frac{ief^2}{8\hbar} \left( \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_p L(\mathbf{x}) + \bar{L}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_p \psi(\mathbf{x}) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

Trataremos de calcular ahora el operador  $\Lambda(\mathbf{x}')$  definido por (11). Introduciendo los desarrollos de Fourier de las funciones<sup>2</sup>  $D_{\kappa}, S_{\kappa}, D_{\kappa}^{(1)}, S_{\kappa}^{(1)}, \bar{D}_{\kappa}, \bar{S}_{\kappa}$ , podemos escribir  $\Lambda(\mathbf{x})$  en la forma

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{x}) = & \left( \frac{1}{2\pi} \right)^8 \int d^4k d^4k' e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{k}')(\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \gamma_5 \tau_1 (i\gamma k' - \kappa_0) \gamma_5 \tau_1 \times \\ & \times \left[ \frac{2}{k'^2 + \kappa_0^2} \frac{2}{k^2 + \kappa^2} - (2\pi)^2 \delta(k'^2 + \kappa_0^2) \delta(k^2 + \kappa^2) \right] \psi(\mathbf{x}') d\omega' \end{aligned} \quad (34)$$

Introduciendo ahora una nueva variable  $p_{\mu}$  definida

por

$$p_\mu = k_\mu + k'_\mu \quad , \quad (35)$$

la propiedad

$$\gamma_5 \tau_1 [i\gamma(p-k) - \kappa_0] \gamma_5 \tau_1 = -(i\gamma_p + \kappa_0 - i\gamma k)$$

y haciendo uso a la vez de la regularidad de la función  $\psi$ , así como de la ecuación del campo de nucleón, se obtiene

$$\Lambda(x) = \int d\omega' R(x-x') \psi(x') \quad (36)$$

en la que

$$R(x-x') = -\left[\frac{1}{2\pi}\right]^4 \int d^4k d^4p e^{i p(x-x')} i\gamma k \times \\ \times \left[ \frac{2}{k^2 - 2kp} \quad \frac{2}{k^2 + \kappa^2} - (2\pi)^2 \delta(k^2 - 2kp) \delta(k^2 + \kappa^2) \right] . \quad (37)$$

Usando ahora los desarrollos de Fourier

$$P \frac{1}{s} = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[is a] \epsilon(a) da \quad (38)$$

$$\delta(s) = \frac{1}{2\pi} \int \exp[is a] da \quad (39)$$

e introduciendo una nueva variable  $Q_\nu$  definida por

$$k_\nu = Q_\nu + \frac{a}{a+b} p_\nu \quad (40)$$

la ecuación (37) se transforma a

$$R(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p e^{i p (\mathbf{x}-\mathbf{x}')} R(p) \quad , \quad (41)$$

con

$$\begin{aligned} R(p) = & \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} da \int_{-\infty}^{\infty} db [1 + \epsilon(a)\epsilon(b)] \times \\ & \times \int d^4 a [i\gamma_\nu Q_\nu + \frac{a}{a+b} i\gamma p] \times \\ & \times \exp[i(a+b)Q_\nu^2 - \frac{ia^2}{a+b} p^2 + ib\kappa^2] \quad , \quad (42) \end{aligned}$$

la cual integrada respecto a  $Q$  da

$$\begin{aligned} R(p) = & -\frac{i\pi^2}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} da \int_{-\infty}^{\infty} db [1 + \epsilon(a)\epsilon(b)] \frac{a}{a+b} i\gamma p \times \\ & \times \frac{\epsilon(a+b)}{(a+b)^2} \exp[ib\kappa^2 - \frac{ia^2}{a+b} p^2] \quad . \quad (43) \end{aligned}$$

Substituyendo en (41) y en (36), y una vez efectuadas las integraciones sobre  $p$  y  $\mathbf{x}'$ , se obtiene

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \Lambda\psi(\mathbf{x}) \quad , \quad (44)$$

en la que

$$\begin{aligned} \Lambda = & \frac{i\pi^2 \kappa_0}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} da \int_{-\infty}^{\infty} db [1 + \epsilon(a)\epsilon(b)] \times \\ & \times \frac{a\epsilon(a+b)}{(a+b)^3} \exp[ib\kappa^2 + \frac{ia^2}{a+b} \kappa_0^2] \quad , \quad (45) \end{aligned}$$

es una constante.

Substituyendo este último resultado en (9) y (10), se obtiene

$$L(\mathbf{x}) = \Lambda \int d\omega' S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}') \quad . \quad (46)$$

$$\bar{L}(\mathbf{x}) = \Lambda^* \int d\omega' \bar{\psi}(\mathbf{x}') S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \quad . \quad (47)$$

Usando ahora la ecuación

$$\frac{\partial S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}')}{\partial \mathbf{x}'_{\mu}} \gamma_{\mu} - \kappa_0 S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = 0 \quad , \quad (48)$$

y una ecuación del campo de nucleones con un parámetro modificado  $\kappa + \delta\kappa$  con  $\delta\kappa \rightarrow 0$ , se puede demostrar que

$$L(\mathbf{x}) = - \lim_{\delta\kappa \rightarrow 0} \frac{\Lambda}{\delta\kappa} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}'_{\mu}} [S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \gamma_{\mu} (\psi_{\kappa_0}(\mathbf{x}') + \frac{\delta\kappa}{\kappa_0} (\mathbf{x}'_{\beta} - \mathbf{x}_{\beta}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}'_{\beta}} \psi_{\kappa_0}(\mathbf{x}'))] \quad (49)$$

$$L(\mathbf{x}) = 0$$

Introduciendo finalmente este resultado en (33), se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{j}}_2 = & - \frac{ief^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}') K_{\mu}^{(1)}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}, \mathbf{x}-\mathbf{x}'') \psi(\mathbf{x}'') + \\ & + \frac{ie}{2\hbar} (\bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \chi^{(n)}(\mathbf{x}) + \bar{\chi}^{(n)}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x})) \quad . \quad (50) \end{aligned}$$

Volviendo a la ecuación (16), se puede verificar sin dificultad que el integrando es idénticamente nulo ya que los dos términos que lo forman son idénticos y de signo contrario, pero por otra parte, integrales de la forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}') \quad (51)$$

son divergentes, de modo que es conveniente introducir, como lo hace Schwinger en el caso de los electrones<sup>3</sup>, una ecuación del campo de nucleón con un parámetro modificado  $\kappa + \delta\kappa$ , lo cual permite escribir

$$\chi^{(n)}(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') (\xi_{\kappa'}^{(1), \kappa}(\mathbf{x}') - \delta mc^2 \psi_{\kappa'}(\mathbf{x}')) \quad (52)$$

y usando las propiedades

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi_{\kappa'}(\mathbf{x}') = \lim_{\delta\kappa \rightarrow 0} \frac{1}{\delta\kappa} \psi_{\kappa'}(\mathbf{x}') \quad (53)$$

y

$$\psi_{\kappa'}(\mathbf{x}') = \psi_{\kappa_0}(\mathbf{x}') + \frac{\delta\kappa}{\kappa_0} (\mathbf{x}'_{\beta} - \mathbf{x}_{\beta}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}'_{\beta}} \psi_{\kappa_0}(\mathbf{x}') \quad (54)$$

así como la notación (22), se obtiene

$$\begin{aligned} \chi^{(n)}(\mathbf{x}) = & - \frac{f^2}{2\kappa_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega'' \gamma_5 \tau_1 (\bar{D}_{\kappa}(\eta) S^{(1)}(\eta) + \\ & + D_{\kappa}^{(1)}(\eta) \bar{S}(\eta)) \gamma_5 \tau_1 \eta_{\beta} \frac{\partial \psi(\mathbf{x}'')}{\partial \eta_{\beta}} \quad (55) \end{aligned}$$

y análogamente

$$\begin{aligned} \bar{\chi}^{(n)}(\mathbf{x}) = & - \frac{f^2}{2\kappa_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\partial \bar{\psi}(\mathbf{x}')}{\partial \xi_{\beta}} \xi_{\beta} \gamma_5 \tau_1 (\bar{D}_{\kappa}(\xi) S^{(1)}(\xi) + \\ & + D_{\kappa}^{(1)}(\xi) \bar{S}(\xi)) \gamma_5 \tau_1 \quad (56) \end{aligned}$$

El uso de estas dos últimas relaciones, y la introducción de las funciones  $S_{\pm}, D_{\pm}$ , permite escribir el segundo término de (50) en la forma

$$- \frac{ief^2}{2\hbar} \int d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}') K_{\mu}^{(2)}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{x}'') \psi(\mathbf{x}'') \quad (57)$$

con  $K_{\mu}^{(2)}(\xi, \eta)$  definida por

$$\begin{aligned} K_{\mu}^{(2)}(\xi, \eta) = & - \frac{1}{2\kappa_0} \gamma_{\mu} \tau_P \delta(\xi) \frac{\partial}{\partial \eta_{\beta}} \eta_{\beta} \frac{1}{i} \gamma_{5} \tau_1 (D_{\kappa+}(\eta) S_{+}(\eta) - \\ & - D_{\kappa-}(\eta) S_{-}(\eta)) \gamma_{5} \tau_1 - \frac{1}{2\kappa_0} \frac{\partial}{\partial \xi_{\beta}} \xi_{\beta} \frac{1}{i} \gamma_{5} \tau_1 \times \\ & \times (D_{\kappa+}(\xi) S_{+}(\xi) - D_{\kappa-}(\xi) S_{-}(\xi)) \gamma_{5} \tau_1 \delta(\eta) \gamma_{\mu} \tau_P . \quad (58) \end{aligned}$$

La substitución de (57) en (50) permite finalmente escribir la corrección de segundo orden a la corriente de nucleón debida a la interacción con el campo de mesón en la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_2 = (\delta \mathbf{j}_{\mu}^{(2)}(\mathbf{x}))_{1,0} = & - \frac{ief^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}') \times \\ & \times K_{\mu}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{x}'') \psi(\mathbf{x}'') , \quad (59) \end{aligned}$$

con

$$K_{\mu}(\xi, \eta) = K_{\mu}^{(1)}(\xi, \eta) + K_{\mu}^{(2)}(\xi, \eta) , \quad (60)$$

$K_{\mu}^{(1)}$  y  $K_{\mu}^{(2)}$  están definidas por (14) y (58) respectivamente.

En un trabajo próximo se hará la separación de la parte de polarización de la corriente modificada, y de ella se obtendrá la corrección mesónica a los momentos magnéticos anómalos de los nucleones, a la vez que se tomará en cuenta la corrección electromagnética.

## REFERENCIAS

1. F.E.Prieto C., Rev.Mex.Fis. 1, 1, 64, (1952)  
Nos referiremos a este trabajo como (A)
2. J.Schwinger, Phys.Rev. 75, 651, (1949)
3. J.Schwinger, Phys.Rev. 76, 796, (1949)