

LOS MOMENTOS MAGNETICOS ANOMALOS DE LOS NUCLEONES II

Fernando E. Prieto C.

Instituto de Física de la Universidad Nacional de México e

Instituto Nacional de la Investigación Científica

(Recibido: Junio 7, 1952)

RESUMEN

The covariant formalisms of Dyson-Feynman and Schwinger are used in this paper to obtain the second order correction to the nucleon current due to the meson-nucleon coupling. This correction will be used in a forthcoming paper to obtain the anomalous magnetic moments of nucleons.

En una publicación anterior¹, fueron calculadas las autoenergías electromagnética y mesónica de los nucleones en interacción con un campo electromagnético y uno pseudoescalar de mesón, y se encontró que ambas son logarítmicamente divergentes.

Continuando con el programa propuesto, vamos a proceder ahora al cálculo de la corriente de nucleón corregida por

la interacción con el campo de mesón, de la cual se obtendrá posteriormente la contribución a los momentos magnéticos de los nucleones de la interacción mesón-nucleón, para agregarle finalmente la contribución debida a la interacción con el campo electromagnético.

De acuerdo con Dyson², las correcciones radiativas al movimiento del nucleón, pueden asignarse a una corriente modificada de nucleones definida por

$$\dot{j}'_{\mu}(\mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[-\frac{i}{c\hbar} \right]^n \frac{1}{n!} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega_1 \dots d\omega_n P(\dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}), K(\mathbf{x}_1), \dots, K(\mathbf{x}_n)) \quad (1)$$

en la que P es el operador de ordenamiento cronológico y

$$K(\mathbf{x}) = H(\mathbf{x}) - H_{1,0,0}^{(m)}(\mathbf{x}) \quad . \quad (2)$$

Hasta segundo orden en la constante de acoplamiento, la corriente modificada de nucleones puede escribirse como

$$\dot{j}'_{\mu}(\mathbf{x}) = \dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}) + \delta \dot{j}_{\mu}^{(1)}(\mathbf{x}) + \delta \dot{j}_{\mu}^{(2)}(\mathbf{x}) \quad (3)$$

en la que

$$\delta \dot{j}_{\mu}^{(1)}(\mathbf{x}) = -\frac{i}{c\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' P(\dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}), H(\mathbf{x}')) \quad (4)$$

y

$$\begin{aligned} \delta \dot{j}_{\mu}^{(2)}(\mathbf{x}) = & -\frac{1}{2c^2\hbar^2} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' P(\dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}), H(\mathbf{x}'), H(\mathbf{x}'')) + \\ & + \frac{i}{c\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' P(\dot{j}_{\mu}(\mathbf{x}), H_{1,0,0}^{(m)}(\mathbf{x}')) \end{aligned} \quad (5)$$

son las correcciones de primer y segundo orden respectivamen-
te.

Puesto que por ahora estamos interesados únicamente en las propiedades de los nucleones, necesitamos los elementos de matriz de la corriente modificada, tomados entre dos estados con un nucleón y cero mesones presentes, y en particular, para efectos de segundo orden se requiere encontrar:

$$(2|\delta j_{\mu}^{(2)}(x)|1) = (2|(\delta j_{\mu}^{(2)}(x))_{1,0}|1) \quad (6)$$

Las gráficas de Feynman-Dyson de los procesos que dan contribución a estos elementos de matriz son las indicadas en la Fig. 1*.

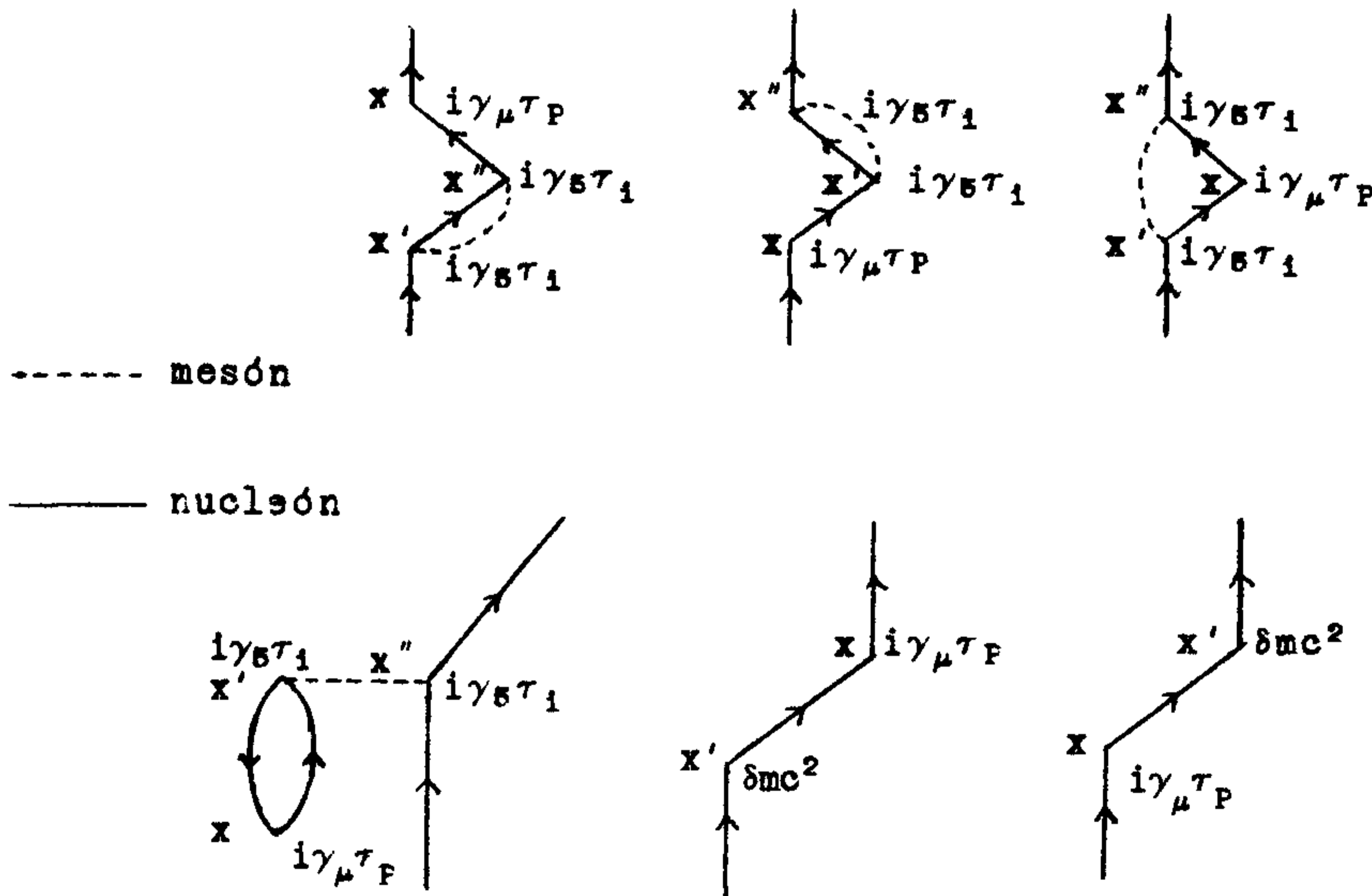


Fig. 1

*Puesto que por ahora no se están tomando en cuenta los efectos electromagnéticos, no es necesario distinguir entre las autoenergías electromagnética y mesónica, todo se refiere exclusivamente a mesones.

De estas gráficas se obtiene para la corrección de segundo orden a la corriente la expresión

$$\dot{j}_2 = (\delta \dot{j}_\mu^{(2)}(\mathbf{x}))_{1,0} = I + II + III + IV + V + VI \quad (7)$$

en la que

$$I = \frac{ief^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_\mu \tau_P S_F(\mathbf{x}'' - \mathbf{x}) \gamma_5 \tau_1 \times \\ \times S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 \psi(\mathbf{x}') D_{\kappa F}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')$$

$$II = \frac{ief^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 S_F(\mathbf{x} - \mathbf{x}'') \times \\ \times \gamma_\mu \tau_P \psi(\mathbf{x}) D_{\kappa F}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')$$

$$III = \frac{ief^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 S_F(\mathbf{x} - \mathbf{x}'') \gamma_\mu \tau_P \times \\ \times S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \gamma_5 \tau_1 \psi(\mathbf{x}') D_{\kappa F}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')$$

$$IV = - \frac{ief^2}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 \psi(\mathbf{x}'') \times \\ \times \text{Tr}[S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \gamma_5 \tau_1 S_F(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \gamma_\mu \tau_P] D_{\kappa F}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}'')$$

$$V = \frac{e}{\hbar} \delta mc^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_\mu \tau_P S_F(\mathbf{x}' - \mathbf{x}) \psi(\mathbf{x}')$$

$$VI = \frac{e}{\hbar} \delta mc^2 \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{\psi}(\mathbf{x}') S_F(\mathbf{x} - \mathbf{x}') \gamma_\mu \tau_P \psi(\mathbf{x})$$

El hecho de que para $\mu = 1, 2, 3$ $\dot{j}_\mu(\mathbf{x})$ debe ser

real, en tanto que para $\mu = 4$ debe ser imaginaria pura, a la vez que la introducción de las funciones de Schwinger² $S_{\pm}(x)$ y $D_{\kappa_{\pm}}(x)$, permiten transformar y combinar estas integrales de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
 I + II = & \frac{ie}{2\hbar} \bar{\psi}(x) \gamma_{\mu} \tau_P \int d\omega \, 2 \bar{S}(x-x') \xi^{(1,\kappa)}(x') + \\
 & + \frac{ie}{2\hbar} \int d\omega' \, \bar{\xi}^{(1,\kappa)}(x') S(x'-x) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(x) - \\
 & - \frac{ief^2}{8\hbar} [\bar{\psi}(x) \gamma_{\mu} \tau_P L(x) + \bar{L}(x) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(x)] \quad (8)
 \end{aligned}$$

en la que $\xi^{(1,\kappa)}$ y $\bar{\xi}^{(1,\kappa)}$ son las funciones introducidas en (A. 3.22 y A. 3.23) como auxiliares para el cálculo de las autoenergías, y

$$L(x) = \int d\omega' S^{(1)}(x-x') \Lambda(x') \quad (9)$$

$$\bar{L}(x) = \int d\omega' \bar{\Lambda}(x') S^{(1)}(x'-x) \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 \Lambda(x') = & \int d\omega'' \gamma_5 \tau_1 [S(x'-x'') D_{\kappa}(x'-x'') - S^{(1)}(x'-x'') D_{\kappa}^{(1)}(x'-x'')] \times \\
 & \times \gamma_5 \tau_1 \psi(x'') \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\Lambda}(x') = & \int d\omega'' \bar{\psi}(x'') \gamma_5 \tau_1 \times \\
 & \times [S(x''-x') D_{\kappa}(x'-x'') + S^{(1)}(x''-x') D_{\kappa}^{(1)}(x'-x'')] \times \\
 & \times \gamma_5 \tau_1 \quad (12)
 \end{aligned}$$

$$III = - \frac{ief^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(x') K_{\mu}^{(1)}(x'-x, x-x'') \psi(x'') \quad (13)$$

con

$$K_{\mu}^{(1)}(\xi, \eta) = \frac{1}{i} \gamma_5 \tau_1 [S_+(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P S_+(\eta) D_{\kappa+}(\xi+\eta) - S_-(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P S_-(\eta) D_{\kappa-}(\xi+\eta)] \gamma_5 \tau_1 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} V+VI &= -\frac{ie}{2\hbar} \delta mc^2 \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \int d\omega' 2\bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}') - \\ &- \frac{ie}{2\hbar} \delta mc^2 \int d\omega' \bar{\psi}(\mathbf{x}') 2\bar{S}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x}) = \\ &= \frac{ie}{2\hbar} \delta mc^2 \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \int d\omega' (-\bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}') + \\ &+ \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \{\psi(\mathbf{x}), \bar{\psi}(\mathbf{x}')\} \psi(\mathbf{x}')) + \frac{ie}{2\hbar} \delta mc^2 \times \\ &\times \int d\omega' (-\bar{\psi}(\mathbf{x}') \bar{S}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) + \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) \bar{\psi}(\mathbf{x}') \times \\ &\times \{\psi(\mathbf{x}'), \bar{\psi}(\mathbf{x})\}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

y usando (A.3.39)

$$\begin{aligned} V+VI &= \frac{ie}{2\hbar} \bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \int d\omega' (-\bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \xi^{(1,\kappa)}(\mathbf{x}') + \\ &+ \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \{\psi(\mathbf{x}), \bar{\xi}^{(1,\kappa)}(\mathbf{x}')\} \psi(\mathbf{x}')) + \\ &+ \frac{ie}{2\hbar} \int d\omega' (-\bar{\xi}^{(1,\kappa)}(\mathbf{x}') \bar{S}(\mathbf{x}'-\mathbf{x}) + \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \bar{\psi}(\mathbf{x}') \times \\ &\times \{\bar{\psi}(\mathbf{x}), \xi^{(1,\kappa)}(\mathbf{x}')\}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x}) \quad (15) \end{aligned}$$

Es conveniente introducir ahora la función $\chi^{(2)}(\mathbf{x})$ definida por

$$\begin{aligned} \chi^{(2)}(\mathbf{x}) &= \int d\omega' [\bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \xi^{(1,\kappa)}(\mathbf{x}') + \frac{i}{2} \epsilon(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \times \\ &\times \{\psi(\mathbf{x}), \bar{\xi}^{(1,\kappa)}(\mathbf{x}')\} \psi(\mathbf{x}')] \quad (16) \end{aligned}$$

lo cual permite combinar (8) y (11) en

$$\begin{aligned}
 \text{I+II+V+VI} &= \frac{ie}{2\hbar} (\bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \chi^{(m)}(\mathbf{x}) + \chi^{(m)}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x})) - \\
 &\quad - \frac{ief^2}{8\hbar} [\bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P L(\mathbf{x}) + \bar{L}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x})] \quad (17)
 \end{aligned}$$

Finalmente,

$$\text{IV} = \frac{ef^2}{2\hbar} \int d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}'') \gamma_5 \tau_1 \psi(\mathbf{x}') T \quad (18)$$

en donde

$$T = -\frac{i}{4} D_{\kappa}^{(1)}(\xi + \eta) T_1 + \epsilon(\xi) \epsilon(\xi + \eta) D_{\kappa}(\xi + \eta) T_2 \quad (19)$$

y

$$T_1 = \text{Tr} [S^{(1)}(-\xi) \gamma_5 \tau_1 S^{(1)}(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P + S(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P S(-\xi) \gamma_5 \tau_1] \quad (20)$$

$$T_2 = \text{Tr} [S^{(1)}(-\xi) \gamma_5 \tau_1 S(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P - S^{(1)}(\xi) \gamma_{\mu} \tau_P S(-\xi) \gamma_5 \tau_1] \quad (21)$$

$$\xi = \mathbf{x}' - \mathbf{x} \qquad \eta = \mathbf{x} - \mathbf{x}'' \quad (22)$$

Usando las definiciones de $S(\xi)$ y $S^{(1)}(\xi)$, así como las relaciones entre las funciones de Schwinger y las mismas funciones con argumento negativo, T_1 y T_2 pueden llevarse a la forma

$$\begin{aligned}
 T_1 &= a_1 \text{Tr}(\gamma_{\beta} \gamma_{\sigma} \gamma_{\mu} \gamma_5 \tau_1 \tau_P) + a_2 \text{Tr}(\gamma_{\beta} \gamma_{\mu} \gamma_5 \tau_1 \tau_P) + \\
 &\quad + a_3 \text{Tr}(\gamma_{\sigma} \gamma_{\mu} \gamma_5 \tau_1 \tau_P) + a_4 \text{Tr}(\gamma_{\mu} \gamma_5 \tau_1 \tau_P) \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_2 = & b_1 \text{Tr}(\gamma_\beta \gamma_\sigma \gamma_\mu \gamma_5 \tau_1 \tau_P + \gamma_\beta \gamma_\mu \gamma_\sigma \gamma_5 \tau_P \tau_1) \\
& + b_2 \text{Tr}(-\gamma_\beta \gamma_\mu \gamma_5 \tau_1 \tau_P - \gamma_\beta \gamma_\mu \gamma_5 \tau_P \tau_1) + \\
& + b_3 \text{Tr}(\gamma_\mu \gamma_\sigma \gamma_5 \tau_P \tau_1 - \gamma_\sigma \gamma_\mu \gamma_5 \tau_1 \tau_P) + \\
& + b_4 \text{Tr}(-\gamma_\mu \gamma_5 \tau_1 \tau_P + \gamma_\mu \gamma_5 \tau_P \tau_1)
\end{aligned} \tag{24}$$

en las que los coeficientes a_i, b_i son funciones de ξ .

Ahora bien, las matrices γ de ocho componentes que estamos usando, se obtienen de las matrices γ de Dirac de la manera siguiente:

$$\gamma(8 \times 8) = \begin{pmatrix} \gamma(4 \times 4) & 0 \\ 0 & \gamma(4 \times 4) \end{pmatrix} \tag{25}$$

así pues, si M es el producto de un número cualquiera de matrices $\gamma(8 \times 8)$, este producto será necesariamente de la forma

$$M = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \tag{26}$$

en la que m es el producto de las $\gamma(4 \times 4)$ correspondientes. De esto se obtiene finalmente la propiedad

$$\text{Tr}(M \tau_1 \tau_P) = \text{Tr}(M \tau_P \tau_1) = \delta_{1P, 4} \text{Tr}(m) \tag{27}$$

y en el caso particular en el que m es de la forma

$$m = \Gamma \gamma_5 \tag{28}$$

siendo Γ el producto de 1, 2 ó 3 γ'_ρ 's ($\rho \neq 5$), se sabe que

$$\text{Tr}(\mathfrak{M}) = \text{Tr}(\Gamma\gamma_5) = 0 \quad (29)$$

de modo que

$$\text{Tr}(M \tau_i \tau_p) = \text{Tr}(M \tau_p \tau_i) = 0 \quad (30)$$

y puesto que todas las trazas que intervienen en (23) y (24) son precisamente de la forma (28), concluimos que

$$T_1 = T_2 = 0 \quad (31)$$

y por lo tanto

$$IV = 0 \quad (32)$$

De (7), (13), (17) y (32) se obtiene

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_2 = & -\frac{ief^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}') K_{\mu}^{(1)}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{x}'') \psi(\mathbf{x}'') + \\ & + \frac{ie}{2\hbar} \left(\bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_p \chi^{(2)}(\mathbf{x}) + \bar{\chi}^{(2)}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_p \psi(\mathbf{x}) \right) - \\ & - \frac{ief^2}{8\hbar} \left(\bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_p L(\mathbf{x}) + \bar{L}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_p \psi(\mathbf{x}) \right) \end{aligned} \quad (33)$$

Trataremos de calcular ahora el operador $\Lambda(\mathbf{x}')$ definido por (11). Introduciendo los desarrollos de Fourier de las funciones² $D_{\kappa}, S_{\kappa}, D_{\kappa}^{(1)}, S_{\kappa}^{(1)}, \bar{D}_{\kappa}, \bar{S}_{\kappa}$, podemos escribir $\Lambda(\mathbf{x})$ en la forma

$$\begin{aligned} \Lambda(\mathbf{x}) = & \left(\frac{1}{2\pi} \right)^8 \int d^4k d^4k' e^{i(\mathbf{k} + \mathbf{k}')(\mathbf{x} - \mathbf{x}')} \gamma_5 \tau_1 (i\gamma k' - \kappa_0) \gamma_5 \tau_1 \times \\ & \times \left[\frac{2}{k'^2 + \kappa_0^2} \frac{2}{k^2 + \kappa^2} - (2\pi)^2 \delta(k'^2 + \kappa_0^2) \delta(k^2 + \kappa^2) \right] \psi(\mathbf{x}') d\omega' \end{aligned} \quad (34)$$

Introduciendo ahora una nueva variable p_{μ} definida

por

$$p_\mu = k_\mu + k'_\mu \quad , \quad (35)$$

la propiedad

$$\gamma_5 \tau_1 [i\gamma(p-k) - \kappa_0] \gamma_5 \tau_1 = -(i\gamma_p + \kappa_0 - i\gamma k)$$

y haciendo uso a la vez de la regularidad de la función ψ , así como de la ecuación del campo de nucleón, se obtiene

$$\Lambda(x) = \int d\omega' R(x-x') \psi(x') \quad (36)$$

en la que

$$R(x-x') = -\left[\frac{1}{2\pi}\right]^4 \int d^4k d^4p e^{i p(x-x')} i\gamma k \times \\ \times \left[\frac{2}{k^2 - 2kp} \quad \frac{2}{k^2 + \kappa^2} - (2\pi)^2 \delta(k^2 - 2kp) \delta(k^2 + \kappa^2) \right] . \quad (37)$$

Usando ahora los desarrollos de Fourier

$$P \frac{1}{s} = \frac{i}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \exp[is\alpha] \epsilon(\alpha) d\alpha \quad (38)$$

$$\delta(s) = \frac{1}{2\pi} \int \exp[is\alpha] d\alpha \quad (39)$$

e introduciendo una nueva variable Q_ν definida por

$$k_\nu = Q_\nu + \frac{a}{a+b} p_\nu \quad (40)$$

la ecuación (37) se transforma a

$$R(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d^4 p e^{i p (\mathbf{x}-\mathbf{x}')} R(p) \quad , \quad (41)$$

con

$$\begin{aligned} R(p) = & \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} da \int_{-\infty}^{\infty} db [1 + \epsilon(a)\epsilon(b)] \times \\ & \times \int d^4 a [i\gamma_\nu Q_\nu + \frac{a}{a+b} i\gamma p] \times \\ & \times \exp[i(a+b)Q_\nu^2 - \frac{ia^2}{a+b} p^2 + ib\kappa^2] \quad , \quad (42) \end{aligned}$$

la cual integrada respecto a Q da

$$\begin{aligned} R(p) = & -\frac{i\pi^2}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} da \int_{-\infty}^{\infty} db [1 + \epsilon(a)\epsilon(b)] \frac{a}{a+b} i\gamma p \times \\ & \times \frac{\epsilon(a+b)}{(a+b)^2} \exp[ib\kappa^2 - \frac{ia^2}{a+b} p^2] \quad . \quad (43) \end{aligned}$$

Substituyendo en (41) y en (36), y una vez efectuadas las integraciones sobre p y \mathbf{x}' , se obtiene

$$\Lambda(\mathbf{x}) = \Lambda\psi(\mathbf{x}) \quad , \quad (44)$$

en la que

$$\begin{aligned} \Lambda = & \frac{i\pi^2 \kappa_0}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} da \int_{-\infty}^{\infty} db [1 + \epsilon(a)\epsilon(b)] \times \\ & \times \frac{a\epsilon(a+b)}{(a+b)^3} \exp[ib\kappa^2 + \frac{ia^2}{a+b} \kappa_0^2] \quad , \quad (45) \end{aligned}$$

es una constante.

Substituyendo este último resultado en (9) y (10), se obtiene

$$L(\mathbf{x}) = \Lambda \int d\omega' S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}') \quad . \quad (46)$$

$$\bar{L}(\mathbf{x}) = \Lambda^* \int d\omega' \bar{\psi}(\mathbf{x}') S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \quad . \quad (47)$$

Usando ahora la ecuación

$$\frac{\partial S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}')}{\partial \mathbf{x}'_{\mu}} \gamma_{\mu} - \kappa_0 S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = 0 \quad , \quad (48)$$

y una ecuación del campo de nucleones con un parámetro modificado $\kappa + \delta\kappa$ con $\delta\kappa \rightarrow 0$, se puede demostrar que

$$L(\mathbf{x}) = - \lim_{\delta\kappa \rightarrow 0} \frac{\Lambda}{\delta\kappa} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}'_{\mu}} [S^{(1)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \gamma_{\mu} (\psi_{\kappa_0}(\mathbf{x}') + \frac{\delta\kappa}{\kappa_0} (\mathbf{x}'_{\beta} - \mathbf{x}_{\beta}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}'_{\beta}} \psi_{\kappa_0}(\mathbf{x}'))] \quad (49)$$

$$L(\mathbf{x}) = 0$$

Introduciendo finalmente este resultado en (33), se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{j}}_2 = & - \frac{ief^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}') K_{\mu}^{(1)}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{x}'') \psi(\mathbf{x}'') + \\ & + \frac{ie}{2\hbar} (\bar{\psi}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \chi^{(n)}(\mathbf{x}) + \bar{\chi}^{(n)}(\mathbf{x}) \gamma_{\mu} \tau_P \psi(\mathbf{x})) \quad . \quad (50) \end{aligned}$$

Volviendo a la ecuación (16), se puede verificar sin dificultad que el integrando es idénticamente nulo ya que los dos términos que lo forman son idénticos y de signo contrario, pero por otra parte, integrales de la forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi(\mathbf{x}') \quad (51)$$

son divergentes, de modo que es conveniente introducir, como lo hace Schwinger en el caso de los electrones³, una ecuación del campo de nucleón con un parámetro modificado $\kappa + \delta\kappa$, lo cual permite escribir

$$\chi^{(n)}(\mathbf{x}) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') (\xi_{\kappa'}^{(1), \kappa}(\mathbf{x}') - \delta mc^2 \psi_{\kappa'}(\mathbf{x}')) \quad (52)$$

y usando las propiedades

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \bar{S}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') \psi_{\kappa'}(\mathbf{x}') = \lim_{\delta\kappa \rightarrow 0} \frac{1}{\delta\kappa} \psi_{\kappa'}(\mathbf{x}') \quad (53)$$

y

$$\psi_{\kappa'}(\mathbf{x}') = \psi_{\kappa_0}(\mathbf{x}') + \frac{\delta\kappa}{\kappa_0} (\mathbf{x}'_{\beta} - \mathbf{x}_{\beta}) \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}'_{\beta}} \psi_{\kappa_0}(\mathbf{x}') \quad (54)$$

así como la notación (22), se obtiene

$$\begin{aligned} \chi^{(n)}(\mathbf{x}) = & - \frac{f^2}{2\kappa_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega'' \gamma_5 \tau_1 (\bar{D}_{\kappa}(\eta) S^{(1)}(\eta) + \\ & + D_{\kappa}^{(1)}(\eta) \bar{S}(\eta)) \gamma_5 \tau_1 \eta_{\beta} \frac{\partial \psi(\mathbf{x}'')}{\partial \eta_{\beta}} \quad (55) \end{aligned}$$

y análogamente

$$\begin{aligned} \bar{\chi}^{(n)}(\mathbf{x}) = & - \frac{f^2}{2\kappa_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' \frac{\partial \bar{\psi}(\mathbf{x}')}{\partial \xi_{\beta}} \xi_{\beta} \gamma_5 \tau_1 (\bar{D}_{\kappa}(\xi) S^{(1)}(\xi) + \\ & + D_{\kappa}^{(1)}(\xi) \bar{S}(\xi)) \gamma_5 \tau_1 \quad (56) \end{aligned}$$

El uso de estas dos últimas relaciones, y la introducción de las funciones S_{\pm}, D_{\pm} , permite escribir el segundo término de (50) en la forma

$$- \frac{ief^2}{2\hbar} \int d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}') K_{\mu}^{(2)}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{x}'') \psi(\mathbf{x}'') \quad (57)$$

con $K_{\mu}^{(2)}(\xi, \eta)$ definida por

$$\begin{aligned} K_{\mu}^{(2)}(\xi, \eta) = & - \frac{1}{2\kappa_0} \gamma_{\mu} \tau_P \delta(\xi) \frac{\partial}{\partial \eta_{\beta}} \eta_{\beta} \frac{1}{i} \gamma_{5} \tau_1 (D_{\kappa+}(\eta) S_{+}(\eta) - \\ & - D_{\kappa-}(\eta) S_{-}(\eta)) \gamma_{5} \tau_1 - \frac{1}{2\kappa_0} \frac{\partial}{\partial \xi_{\beta}} \xi_{\beta} \frac{1}{i} \gamma_{5} \tau_1 \times \\ & \times (D_{\kappa+}(\xi) S_{+}(\xi) - D_{\kappa-}(\xi) S_{-}(\xi)) \gamma_{5} \tau_1 \delta(\eta) \gamma_{\mu} \tau_P . \quad (58) \end{aligned}$$

La substitución de (57) en (50) permite finalmente escribir la corrección de segundo orden a la corriente de nucleón debida a la interacción con el campo de mesón en la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_2 = (\delta \mathbf{j}_{\mu}^{(2)}(\mathbf{x}))_{1,0} = & - \frac{ief^2}{2\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(\mathbf{x}') \times \\ & \times K_{\mu}(\mathbf{x}' - \mathbf{x}, \mathbf{x} - \mathbf{x}'') \psi(\mathbf{x}'') , \quad (59) \end{aligned}$$

con

$$K_{\mu}(\xi, \eta) = K_{\mu}^{(1)}(\xi, \eta) + K_{\mu}^{(2)}(\xi, \eta) , \quad (60)$$

$K_{\mu}^{(1)}$ y $K_{\mu}^{(2)}$ están definidas por (14) y (58) respectivamente.

En un trabajo próximo se hará la separación de la parte de polarización de la corriente modificada, y de ella se obtendrá la corrección mesónica a los momentos magnéticos anómalos de los nucleones, a la vez que se tomará en cuenta la corrección electromagnética.

REFERENCIAS

1. F.E.Prieto C., Rev.Mex.Fis. 1, 1, 64, (1952)
Nos referiremos a este trabajo como (A)
2. J.Schwinger, Phys.Rev. 75, 651, (1949)
3. J.Schwinger, Phys.Rev. 76, 796, (1949)