Vol.I,3 REVISTA MEXICANA DE FISICA 1952

LOS MOMENTOS MAGNETICOS ANOMALOS DE LOS NUCLEONES III

Fernando E. Prieto C.

Instituto de Física de la Universidad Nacional de México e Instituto Nacional de la Investigación Científica

(Recibido: Octubre 31, 1952)

RESUMEN

This is the last of a series of three papers devoted to the problem of the Anamolous Magnetic Moments of Nucleons. In this paper, the polarization part of the second order correction to the current operator is calculated, and the corrections to the magnetic moments of nucleons are obtained. It is found that only the symmetrical theory gives corrections to both the proton and the neutron moments. Adjusting the coupling constant to obtain the experimental value of the neutron moment, a value is obtained for the proton moment which is about 60 times smaller than the experimental one. The introduction of the electromagnetic

correction does not improve these results because it is too small compared with the mesic correction.

En dos publicaciones anteriores[1,2], se calculó la corrección de segundo orden a la corriente de nucleón debida a la interacción con un campo pseudo escalar de mesón, y se encontró que está dada por

$$j_2 = \left(\delta\, j_\mu^{(2)}(x)\right)_{1,0} = -\frac{ief^2}{2\hbar}\int_{\infty}^{\infty} d\omega' d\omega'' \bar{\psi}(x') K_\mu (x'-x, x-x'') \psi(x'') \qquad (1)$$

con

$$K_\mu(\xi,\eta) = K_\mu^{(1)}(\xi,\eta) + K_\mu^{(2)}(\xi,\eta) \qquad (2)$$

y

$$K_\mu^{(1)}(\xi,\eta) = \frac{1}{i}\gamma_5\tau_i [S_+(\xi)\gamma_\mu\tau_p S_+(\eta) D_{\kappa+}(\xi+\eta) -$$

$$-S_-(\xi)\gamma_\mu\tau_p S_-(\eta) D_{\kappa-}(\xi+\eta)]\gamma_5\tau_i \qquad (3)$$

$$K_\mu^{(2)}(\xi,\eta) = -\frac{1}{2\kappa_0}\gamma_\mu\tau_p\delta(\xi)\frac{\partial}{\partial\eta_\beta}\eta_\beta\frac{1}{i}\gamma_5\tau_i (D_{\kappa+}(\eta)S_{+\eta} -$$

$$-D_{\kappa-}(\eta)S_-(\eta))\gamma_5\tau_i - \frac{1}{2\kappa_0}\frac{\partial}{\partial\xi_\beta}\frac{1}{i}\gamma_5\tau_i(D_{\kappa+}(\xi)S_+(\xi) -$$

$$-D_{\kappa-}(\xi)S_-(\xi))\gamma_5\tau_i\delta(\eta)\gamma_\mu\tau_p \qquad (4)$$

Vamos a proceder en este trabajo a separar la parte de polarización de esta corriente, y a obtener de ella la corrección al momento magnético de los nucleones.

Con objeto de evaluar la función $K_\mu(\xi,\eta)$, introducimos en (3) las expansiones de Fourier[3]

$$S_{\pm}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} P \int d^4k \, e^{ikx}(i\gamma k-\kappa_0)(k^2-\kappa_0^2\mp i\varepsilon)^{-1} \tag{5}$$

$$D_{\kappa\pm}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} P \int d^4k \, e^{ikx}(k^2+\kappa^2\mp i\varepsilon) \tag{6}$$

en las que debe sobreentenderse $\lim\limits_{\varepsilon\to 0}$, con lo cual se obtiene

$$K_\mu^{(1)}(\xi,\eta) = \frac{1}{(2\pi)^{11}\pi}\int d^4k\, d^4k'\, d^4k''\, e^{i(k+k')(x'-x)+i(k+k'')(x-x'')} \times$$

$$\times\, \gamma_5\tau_i(i\gamma k'-\kappa_0)\gamma_\mu\tau_p(i\gamma k''-\kappa_0)\gamma_5\tau_i \times$$

$$\times\, \mathrm{Im}\left[\frac{1}{(k'^2+\kappa_0^2-i\varepsilon)(k''^2+\kappa_0^2-i\varepsilon)(k^2+\kappa^2-i\varepsilon)}\right] \tag{7}$$

Introduciendo ahora el cambio de variables

$$p'_\mu = k_\mu + k'_\mu \qquad p''_\mu = k_\mu + k''_\mu \tag{8}$$

y tomando en cuenta que $K_\mu(\xi,\eta)$ debe colocarse entre $\bar\psi(x')$ y $\psi(x'')$, e integrarse sobre x' y x'', así como el hecho de que

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\xi-i\varepsilon} = P\,\frac{1}{\xi} + \pi i\,\delta(\xi) \tag{9}$$

la integral (7) se transforma en

$$K_\mu^{(1)}(\xi,\eta) = \frac{1}{(2\pi)^{11}}\int d^4k\, d^4p'\, d^4p''\, e^{ip'(x'-x)}\, e^{ip''(x-x'')} \times$$

$$\times\, \gamma_5\tau_i[i\gamma(p'-k)-\kappa_0]\, \gamma_\mu\tau_p\, [i\gamma(p''-k)-\kappa_0]\, \gamma_5\tau_i \frac{1}{2k(p'-p'')} \times$$

$$\times \left[\frac{\delta(k^2-2kp')-\delta(k^2+\kappa^2)}{2kp'+\kappa^2} - \frac{\delta(k^2-2kp'')-\delta(k^2+\kappa^2)}{2kp''+\kappa^2}\right] \quad (10)$$

y usando la identidad

$$\frac{\delta(k^2-2kp) - \delta(k^2+\kappa^2)}{2kp + \kappa^2} = -\int_0^1 du\,\delta'[k^2-(2kp+\kappa^2)u+\kappa^2] \quad (11)$$

los dos ultimos factores del integrando de (10) pueden escribirse como

$$-\frac{1}{2k(p'-p'')}\int_0^1 du\{\delta'[k^2-(2kp'+\kappa^2)u+\kappa^2]-\delta'[k^2-(2kp''+\kappa^2)u+\kappa^2]\} =$$

$$= \frac{1}{2}\int_{-1}^{1} dv \int_0^1 udu\,\delta''\{k^2-k[p'+p''+(p'-p'')v]u-\kappa^2u+\kappa^2\} \quad (12)$$

y sustituyendo en (19) se obtiene

$$K_\mu^{(1)}(x'-x, x-x'') = \frac{1}{2(2\pi)^{11}}\int d^4k\, d^4p'\, d^4p''\, e^{ip'(x'-x)} e^{ip''(x-x'')} \times$$

$$\times\, \gamma_5\tau_i[i\gamma(p'-k)-\kappa_0]\, \gamma_\mu\tau_p[i\gamma(p''-k)-\kappa_0]\, \gamma_5\tau_i \int_{-1}^{+1} dv\, \times$$

$$\times \int_0^1 udu\,\delta''\{k^2-k[p'+p''+(p'-p'')v]u-\kappa^2u+\kappa^2\} \quad (13)$$

Vamos a transformar ahora la expresión para $K_\mu^{(2)}(\xi,\eta)$.

esta puede expresarse en términos de las funciones S y D en la forma

$$K_\mu^{(2)}(\xi,\eta) = \gamma_\mu\tau_P\delta(\xi)\ \frac{1}{2\kappa_0}\ \frac{\partial}{\partial x_\lambda''}(x_\lambda - x_\lambda'')\gamma_5\tau_1 \times$$

$$\times\ [\bar{D}_\kappa(\eta)S^{(1)}(\eta) + D_\kappa^{(1)}(\eta)\bar{S}(\eta)]\gamma_5\tau_1 - \frac{1}{2\kappa_0}\frac{\partial}{\partial x_\lambda'}\ (x_\lambda' - x_\lambda)\gamma_5\tau_1 \times$$

$$\times\ [\bar{D}_\kappa(\xi)S^{(1)}(\xi) + D_\kappa^{(1)}(\xi)\bar{S}(\xi)]\ \gamma_5\tau_1\delta(\eta)\ \gamma_\mu\tau_P \qquad (14)$$

Introduciendo los desarrollos de Fourier (A.3.26-29) de las funciones que aparecen en esta expresión, se obtiene para el primer término de (14)

$$\frac{1}{(2\pi)^{11}}\ P\int d^4k\ d^4k' d^4k'' e^{ik'(x'-x)}\ e^{i(k+k'')(x-x'')}\ \gamma_\mu\tau_P\frac{1}{2\kappa_0}\ \times$$

$$\times\ (k_\lambda + k_\lambda')\ \frac{\partial}{\partial k_\lambda''}\ \gamma_5\tau_1(i\gamma k'' - \kappa_0)\gamma_5\tau_1\left[\frac{\delta(k''^2+\kappa_0^2)}{k^2+\kappa^2} + \frac{\delta(k^2+\kappa^2)}{k''^2+\kappa_0^2}\right] \qquad (15)$$

y para el segundo

$$\frac{1}{(2\pi)^{11}}\ P\int d^4k\ d^4k'\ d^4k''\ e^{i(k+k')(x'-x)}\ e^{ik''(x-x'')}\ \frac{1}{2\kappa_0}\ (k_\lambda + k_\lambda'')\ \times$$

$$\times\ \frac{\partial}{\partial k_\lambda'}\ \gamma_5\tau_1(i\gamma k' - \kappa_0)\gamma_5\tau_1\left[\frac{\delta(k'^2+\kappa_0^2)}{k^2+\kappa^2} + \frac{\delta(k^2+\kappa^2)}{k'^2+\kappa^2}\right]\ \gamma_\mu\tau_P \qquad (16)$$

Haciendo ahora los cambios de variable $k_\mu = p_\mu$, $k_\mu'' + k_\mu = p_\mu''$ y $k_\mu'' = p_\mu''$, $k_\mu' + k_\mu = p_\mu'$ en (15) y (16) respectivamente, y haciendo uso de las identidades ,

$$p_\lambda \frac{\partial}{\partial p_\lambda} \gamma_5\tau_i[i\gamma(p-k)-\kappa_0]\gamma_5\tau_i\left[\frac{\delta[(k-p)^2+\kappa_0^2]}{k^2+\kappa^2}+\frac{\delta(k^2+\kappa^2)}{(k-p)^2+\kappa_0^2}\right]=$$

$$=-\gamma_5\tau_i[i\gamma(p-k)-\kappa_0]i\gamma_p[i\gamma(p-k)-\kappa_0]\gamma_5\tau_i \quad \times$$

$$\times\left[\frac{\delta'(k^2-2kp)}{k^2+\kappa^2}-\frac{\delta(k^2+\kappa^2)}{(\kappa^2+2kp)^2}\right] \tag{17}$$

y

$$\frac{\delta'(k^2-2kp)}{k^2+\kappa^2}-\frac{\delta(k^2+\kappa^2)}{(\kappa^2+2kp)^2}=-\int_0^1 u\delta''[k^2+\kappa^2-(\kappa^2+2kp)u]du \tag{18}$$

se obtiene para $K_\mu^{(2)}(\xi,\eta)$

$$K_\mu^{(2)}(x'-x,x-x'')=\frac{1}{(2\pi)^{11}}\int_0^1 udu\int d^4k\, d^4p'\, d^4p'' \quad \times$$

$$\times\, e^{ip'(x'-x)}\, e^{ip''(x-x'')}\Big[\delta''[k^2+\kappa^2-(\kappa^2+2kp')u] \quad \times$$

$$\times\frac{1}{2\kappa_0}\gamma_5\tau_i[i\gamma(p'-k)-\kappa_0]\; i\gamma p'[i\gamma(p'-k)-\kappa_0]\;\gamma_5\tau_i\gamma_\mu\tau_p\;+$$

$$+\;\gamma_\mu\tau_p\frac{1}{2\kappa_0}\gamma_5\tau_i[i\gamma(p''-k)-\kappa_0]i\gamma p''[i\gamma(p''-k)-\kappa_0] \quad \times$$

$$\times\;\gamma_5\tau_i\,\delta''[k^2+\kappa^2-(\kappa^2+2kp'')u]\Big] \tag{19}$$

Haciendo ahora en (10) y (19) respectivamente las transformaciones

$$k_\mu \to k_\mu + (p'_\mu + p''_\mu)\,\frac{u}{2} + (p'_\mu - p''_\mu)\,\frac{uv}{2} \tag{20}$$

y

$$\begin{aligned} k_\mu &\to k_\mu + p'_\mu\, u \\ k_\mu &\to k_\mu + p''_\mu\, u \end{aligned} \tag{21}$$

un cálculo laborioso pero carente de dificultades conduce a

$$\begin{aligned} K^{(1)}_\mu (x'-x, x-x'') = {} & \frac{1}{(2\pi)^{11}} \int_{-1}^{+1} dv \int_0^1 u\,du \int d^4k\, d^4p'\, d^4p'' \times \\ & \times e^{ip'(x'-x)}\, e^{ip''(x-x'')}\, \delta''[k^2+\lambda^2u^2+\kappa^2(1-u)] \times \\ & \times \Big[(p'-p'')^2\gamma_\mu\, \frac{1-v^2}{8}\, u^2 - \frac{u^2}{2}\,\kappa_0^2\,\gamma_\mu - \tfrac{1}{4}\,\gamma_\mu k^2 - \\ & - \tfrac{1}{2}\,\kappa_0 u^2 \sigma_{\mu\nu}(p'_\nu - p''_\nu) \Big]\, \Gamma \end{aligned} \tag{22}$$

con

$$\lambda^2 = \kappa_0^2\, \Big(1 + \frac{(p'-p'')^2}{4\,\kappa_0^2}\,(1-v^2)\Big) \tag{23}$$

$$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2i}\,(\gamma_\mu\gamma_\nu - \gamma_\nu\gamma_\mu) \tag{24}$$

y

$$\Gamma = \tau_p\, \tau_i^2 \tag{25}$$

$$\begin{aligned} K^{(2)}_\mu (x'-x, x-x'') = {} & \frac{1}{(2\pi)^{11}} \int_0^1 u\,du \int d^4k\, d^4p'\, d^4p'' \times \\ & \times e^{ip'(x'-x)}\, e^{ip''(x-x'')}\, \delta''[k^2+\kappa_0^2u^2+(1-u)\kappa^2] \times \\ & \times (u^2\kappa_0^2\gamma_\mu + \tfrac{1}{2}\, k^2\, \gamma_\mu)\, \Gamma \end{aligned} \tag{26}$$

Integrando por partes con respecto a v los términos segundo y tercero de (22), se obtiene

$$K_{\mu}^{(1)}(x'-x,x-x'') = -K_{\mu}^{(2)}(x'-x,x-x'') +$$

$$+ \frac{1}{(2\pi)^{12}} \int_{-1}^{+1} dv \int_{0}^{1} udu \int d^4k\, d^4p'\, d^4p''\, e^{ip'(x'-x)} \times$$

$$\times e^{ip''(x-x'')} \Big[\tfrac{1}{2} v \frac{\partial}{\partial v} \delta''[k^2+\lambda^2u^2+(1-u)\kappa^2] \times$$

$$\times (u^2\kappa_0^2\gamma_\mu + \tfrac{1}{2}\gamma_\mu k^2) + [(p'-p'')\gamma_\mu \frac{1-v^2}{8} u^2 -$$

$$- \tfrac{1}{2}\kappa_0 u^2\sigma_{\mu\nu}(p'_\nu-p''_\nu)]\ \delta''[k^2+\kappa_0^2u^2+(1-u)\kappa^2]\Big]\ \Gamma \tag{27}$$

y como por otra parte

$$\tfrac{1}{4}\gamma_\mu k^2 v \frac{\partial}{\partial v} \delta''[k^2+\lambda^2u^2+(1-u)\kappa^2] = -v^2u^2 \frac{(p'-p'')^2}{8} \times$$

$$\times \gamma_\mu k^2 \delta''[k^2+\lambda^2u^2+(1-u)\kappa^2] \tag{28}$$

y

$$\int d^4k\, k^2\delta''[k^2+\lambda^2u^2+(1-u)\kappa^2] = -2\int d^4k\delta''[k^2+\lambda^2u^2+(1-u)\kappa^2] \tag{29}$$

resulta de (27)

$$K_\mu(x'-x,x-x'') = \frac{1}{(2\pi)^{11}} \int_{-1}^{+1} dv \int_{0}^{1} udu \int d^4k\, d^4p'\, d^4p'' \times$$

$$\times e^{ip'(x'-x)}\, e^{ip''(x-x'')} \times$$

$$\times \left[-\tfrac{1}{2}\kappa_0 u^2 \sigma_{\mu\nu}(p'_\nu - p''_\nu) + (p'-p'')^2 \gamma_\mu \frac{1+v^2}{8} u^2 + \tfrac{1}{2} u^2 \kappa_0^2 \gamma_\mu + \right.$$

$$\left. + \tfrac{1}{2} u^2 \kappa_0^2 \gamma_\mu v \frac{\partial}{\partial v} \right] \delta''[k^2 + \lambda^2 u^2 + (1-u)\kappa^2] \; \Gamma \qquad (30)$$

Usando ahora la integral

$$\int d^4k \;\; \delta''[k^2+\lambda^2 u^2+(1-u)\kappa^2] = \pi \; P \frac{1}{\lambda^2 u^2 + (1-u)\kappa^2} \qquad (31)$$

para efectuar la integración sobre k, tomando en cuenta el hecho de que el integrando es simétrico respecto a v y haciendo el cambio de variables

$$P_\lambda = \tfrac{1}{2} \; (p'_\lambda + p''_\lambda) \qquad\qquad p_\lambda = p''_\lambda - p'_\lambda \qquad (32)$$

se puede escribir (30) en la forma

$$K_\mu(x'-x, x-x'') = \frac{1}{(2\pi)^{10}} \; P \int_0^1 dv \int_0^1 du \int d^4P \; e^{iP(x'-x'')} \times$$

$$\times \int d^4p e^{ip\left(x - \frac{x'-x''}{2}\right)} \left[\tfrac{1}{2} \; \kappa_0 \sigma_{\mu\nu} p_\nu + p^2 \gamma_\mu \frac{1+v^2}{8} + \tfrac{1}{2} \; \kappa_0^2 \gamma_\mu v \frac{\partial}{\partial v} \right] \times$$

$$\times \; \Gamma \; \frac{u^3}{\lambda^2 u^2 + (1-u)\kappa^2} \qquad (33)$$

con

$$\lambda^2 = \kappa_0^2 \; [1 + \frac{p^2}{4 \; \kappa_0^2} \; (1-v^2)] \qquad (34)$$

Efectuando la integración sobre P que es inmediata, e integrando por partes respecto a v el último término, se obtiene

$$K_\mu(x'-x,x-x'') = \frac{1}{(2\pi)^8} P\int_0^1 du \int d^4p\, e^{ip(x-x')} \times$$

$$\times \left[\int_0^1 dv\, [\tfrac{1}{2}\kappa_0\sigma_{\mu\nu}p_\nu + p^2\gamma_\mu \frac{1+v^2}{8} - \tfrac{1}{2}\kappa_0^2\gamma_\mu] \times\right.$$

$$\left.\times \frac{u^3}{(1-u)\kappa^2+\kappa_0^2u^2+\frac{p^2}{4}(1-v^2)u^2} + \tfrac{1}{2}\kappa_0^2\gamma_\mu \frac{u^3}{(1-u)\kappa^2+\kappa_0^2u^2}\right] \times$$

$$\times\, \Gamma\, \delta\,(x'-x'') \tag{35}$$

la cual puede finalmente escribirse en la forma

$$K_\mu(x'-x,x-x'') = -\frac{1}{8\pi^2}\delta(x'-x'')\frac{1}{\kappa_0}\Gamma\,\sigma_{\mu\nu}\frac{\partial}{\partial x_\nu}F_0(x-x') -$$

$$-\frac{1}{8\pi^2}\delta(x'-x'')\gamma_\mu\,\Gamma\,F_0(x-x') - \frac{1}{32\pi^2}\delta(x'-x'')\frac{1}{\kappa_0^2}\gamma_\mu \times$$

$$\times\,\Gamma\,\Box^2(F_0(x-x')+F_1(x-x')) + \frac{1}{8\pi^2}\delta(x'-x'')\gamma_\mu\Gamma R(x-x') \tag{36}$$

con

$$F_1(x) = \int_0^1 du\int_0^1 dv\, v^2\frac{1}{(2\pi)^4}P\int d^4p\, e^{ipx}\, u \times$$

$$\times\left[1+\frac{1-u}{u^2}\frac{\kappa^2}{\kappa_0^2}+\frac{p^2}{4\kappa_0^2}(1-v^2)\right]^{-1} \tag{37}$$

y

$$R(x) = \int_0^1 du\,\frac{1}{(2\pi)^4}P\int d^4p\, e^{ipx}\, u\left[1-\frac{1-u}{u^2}\frac{\kappa^2}{\kappa_0^2}\right]^{-1} \tag{38}$$

Substituyendo este resultado en (1), se obtiene para la corrección de segundo orden al operador de corriente de nucleones la expresión

$$\left(\delta j_{\mu}^{(2)}(x)\right)_{1,0} = -\frac{ef^2}{16\pi^2\hbar}\frac{1}{\kappa_0}\frac{\partial}{\partial x_\nu}\int dx'dx''\left(\bar{\psi}(x')\sigma_{\mu\nu}\Gamma\psi(x'')\right)_1 \times$$

$$\times\ \delta(x'-x'')F_0(x-x') + \frac{ief^2}{16\pi^2\hbar}\int dx'dx''(\bar{\psi}(x')\gamma_\mu\Gamma\psi(x''))_1\ \times$$

$$\times\ F_0(x-x')\delta(x-x') + \frac{ief^2}{64\pi^2\hbar}\ \frac{1}{\kappa_0^2}\Box^2\int dx'dx''(\bar{\psi}(x')\gamma_\mu\Gamma\psi(x''))_1\ \times$$

$$\times\ (F_0(x-x')+F_1(x-x'))\delta(x-x') - \frac{ief^2}{16\pi^2\hbar}\int dx'dx''\ \times$$

$$\times\ (\bar{\psi}(x')\gamma_\mu\Gamma\psi(x''))_1\ R(x-x')\delta(x-x') \qquad (39)$$

La parte de polarización, dada por el primer término de (39), puede escribirse en la forma

$$\delta j_{\mu}^{(p)} = -\frac{f^2}{4\pi c\hbar}\ \frac{1}{2\pi}\ c\ \frac{\partial}{\partial x_\nu}\int F_0(x-x')m_{\mu\nu}(x')dx' \qquad (40)$$

con

$$m_{\mu\nu}(x) = \frac{e}{2\kappa_0}\ (\bar{\psi}(x)\sigma_{\mu\nu}\Gamma\psi(x))_1 \qquad (41)$$

La corriente de polarización, corregida hasta términos de segundo orden, es entonces

$$j_{\mu}^{(p)}(x) = c\ \frac{\partial}{\partial x_\nu}\ (m_{\mu\nu} + \delta m_{\mu\nu}) \qquad (42)$$

con

$$\delta m_{\mu\nu} = -\frac{f^2}{4\pi ch}\ \frac{1}{2\pi}\int F_0(x-x')m_{\mu\nu}(x')dx' \qquad (43)$$

Usando el desarrollo de Schwinger[3] para la función $F_0(x)$

$$F_0(x) = 16\,\kappa_0^2\delta(x)\int_0^1 udu\int_0^1\frac{dv}{16\varepsilon^2} + \frac{\kappa_0^2}{4}\,\Box^2\delta(x)\int_0^1 udu\;\times$$

$$\times\int_0^1\frac{1-v^2}{\varepsilon^4}\,dv + \ldots \tag{44}$$

con

$$\varepsilon^2 = \kappa_0^2 + \frac{1-u}{u^2}\,\kappa^2 \tag{45}$$

se obtiene en primera aproximación

$$\delta m_{\mu\nu}(x) = -\frac{f^2}{4\pi c\hbar}\,\frac{1}{2\pi}\,\kappa_0^2\int_0^1 udu\int_0^1\frac{dv}{\kappa_0^2 + \frac{1-u}{u^2}\kappa^2}\,m_{\mu\nu}(x) \tag{46}$$

de la cual se obtiene que la corrección al momento magnético de los nucleones es

$$\lambda = -\frac{f^2}{4\pi c\hbar}\,\frac{\mu_0}{2\pi}\int_0^1\frac{udu}{1+\frac{\kappa^2}{\kappa_0^2}(1-u)u^{-2}}\,\Gamma \qquad \mu_0 = \frac{e}{2\kappa_0} \tag{47}$$

La integral sobre u puede efectuarse por los métodos usuales de cálculo, y da por resultado ($\eta = \frac{\kappa}{\kappa_0}$)

$$I = \int_0^1\frac{udu}{1+\frac{\kappa^2}{\kappa_0^2}(1-u)u^{-2}} = \frac{1}{2} + \eta^2\left(1-\log\frac{1}{\eta}\right) + \eta^4\log\frac{1}{\eta} -$$

$$-\frac{\eta^3(3-\eta^2)}{\sqrt{4-\eta^2}}\left[\tan^{-1}\frac{2-\eta^2}{\eta\sqrt{4-\eta^2}} - \tan^{-1}\frac{-\eta^2}{\eta\sqrt{4-\eta^2}}\right] \tag{48}$$

y puesto que la matriz Γ tiene la forma

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \tag{49}$$

en las teorías neutra, cargada y simétrica respectivamente, se encuentra que las correcciones $\lambda_p^{(m)}$ al momento magnético del protón y $\lambda_n^{(m)}$ al momento magnético del neutrón, debida a la interacción con un campo de mesón, están dadas por

$$\begin{aligned} \lambda_p^{(m)} &= -\frac{f^2}{4\pi c\hbar}\frac{\mu_0}{2\pi} I \\ \lambda_n^{(m)} &= 0 \end{aligned} \tag{50}$$

en la teoría neutra,

$$\begin{aligned} \lambda_p^{(m)} &= 0 \\ \lambda_n^{(m)} &= -\frac{f^2}{4\pi c\hbar}\frac{\mu_0}{\pi} I \end{aligned} \tag{51}$$

en la teoría cargada, y

$$\begin{aligned} \lambda_p^{(m)} &= -\frac{f^2}{4\pi c\hbar}\frac{\mu_0}{2\pi} I \\ \lambda_n^{(m)} &= -\frac{f^2}{4\pi c\hbar}\frac{\mu_0}{\pi} I \end{aligned} \tag{52}$$

en la teoría simétrica.

Conclusiones

Es obvio, de las ecuaciones (50) a (52), que los mejores resultados se obtienen de la teoría simétrica, ya que es la única que da una corrección no nula para el momento magnético, tanto del protón como del neutrón. En esta teoría, los momentos magnéticos anómalos de los nucleones, medidos en magnetones nucleares μ_0, son

$$\mu_p = 1 - \frac{f^2}{4\pi c\hbar} \frac{1}{2\pi} [\tfrac{1}{2} + \eta^2 - \eta^2(1-\eta^2)\log \frac{1}{\eta} - \eta^4 \frac{3-\eta^2}{2} I_0] \qquad (53)$$

$$\mu_n = - \frac{f^2}{4\pi c\hbar} \frac{1}{\pi} [\tfrac{1}{2} + \eta^2 - \eta^2(1-\eta^2)\log \frac{1}{\eta} - \eta^4 \frac{3-\eta^2}{2} I_0] \qquad (54)$$

con

$$I_0 = \tan^{-1} \frac{2-\eta^2}{\eta\sqrt{4-\eta^2}} - \tan^{-1} \frac{-\eta^2}{\eta\sqrt{4-\eta^2}} \qquad (55)$$

Cualitativamente estos resultados concuerdan con el experimento en el sentido de que los momentos magnéticos del protón y del neutrón son de signos opuestos, pero cuantitativamente esta concordancia es muy pobre ya que ajustando el valor de la constante de acoplamiento y la masa del mesón para obtener el valor experimental del momento magnético del neutrón,

$$\mu_n = - 1.9103 \qquad (56)$$

se obtiene para el momento magnético del protón

$$\mu_p = + 0.0449 \qquad (57)$$

en vez del valor experimental que es

$$\mu_p = + 2.7896 \qquad (58)$$

Podríamos tratar de ajustar separadamente las constantes de acoplamiento con objeto de obtener concordancia con los valores experimentales de ambos momentos magnéticos, pero en este caso, la relación de la constante de acoplamiento del protón a la del neutrón debería ser

$$\left(\frac{f^2}{4\pi c\hbar}\right)_p \Big/ \left(\frac{f^2}{4\pi c\hbar}\right)_n = -1.8736 \tag{59}$$

lo cual es inaceptable ya que implicaría que en la interacción de un campo de mesón con un neutrón, la carga mésica es real, en tanto que en la interacción con un protón, la carga mésica es imaginaria.

Borowitz y Kohn[4] han efectuado un cálculo similar para el caso de la teoría simétrica siguiendo una analogía mucho más estrecha con el cálculo de Schwinger, y obtienen para la relación (59) el valor +52/7, que tiene la ventaja, con respecto al resultado del presente trabajo, de ser positiva, pero que presenta también la dificultad de ser diferente de la unidad, dificultad que por otra parte parece ser una característica del método de acoplamientos débiles.

Por lo que hace a la interacción de segundo orden entre el campo electromagnético y el campo de nucleón, puesto que la única diferencia con el caso del campo de los pares consiste en la introducción del factor τ_p en la expresión para la corriente, y esta matriz conmuta con las matrices γ_i, se puede generalizar sin ninguna dificultad el cálculo de Schwinger[3] para el caso del electrón, y se obtiene que las correcciones electromagnéticas de segundo orden a los momentos magnéticos anómalos de los nucleones son

$$\delta\mu_p^{(e)} = \frac{\alpha}{2\pi}\,\mu_0 \tag{60}$$

para el protón, y

$$\delta\mu_n^{(e)} = 0 \tag{61}$$

para el neutrón, α siendo la constante de estructura fina.

La corrección electromagnética al momento magnético del protón es tan pequeña $(0.0011\ \mu_0)$, que apenas alcanza a elevar el valor dado en (57) a

$$\mu_p = +\ 0.0460\ \mu_0 \tag{62}$$

que está aun muy lejano del valor experimental. Esto da una relación μ_n/μ_p aproximadamente 60 veces mayor que la experimental.

Puede concluirse entonces que el efecto electromagnético es completamente despreciable comparado con el efecto mesónico, y que no debe esperarse de él la solución del problema.

Se ha visto por otra parte que el acoplamiento mesónico es incapáz, por lo menos hasta efectos de segundo orden, de predecir los valores experimentales de los momentos magnéticos. Podría pensarse que tomando efectos de más alto orden pudieran encontrarse tales valores, pero dos investigadores japoneses, Nakabayasi y Sato[6] ha reportado los resultados de un cálculo a cuarto orden con resultados también negativos. Del trabajo de los japoneses parece concluirse que deben tomarse efectos de orden mas alto aún, pero esto le resta validez al método de aproximaciones, en el cual se ha supuesto que el acoplamiento es débil. La incapacidad de la teoría para predecir los momentos magnéticos anómalos de los nucleones parece ser pues una consecuencia del método de aproximaciones usado.

Recientemente A.Medina[6] ha introducido un método para eliminar las divergencias en la electrodinámica cuántica, que parece ser muy prometedor, por lo que el autor del presente trabajo piensa atacar nuevamente el mismo problema con las modificaciones introducidas por la teoría de Medina.

El autor desea hacer patente su agradecimiento al Profesor Alejandro Medina por la sugestión del problemá, así como por las valiosas discusiones y sugestiones hechas durante el cálculo.

REFERENCIAS

1.- F.E.Prieto, Rev.Mex.Fis. 1, 64, (1952)
2.- F.E.Prieto, Rev.Mex.Fis. 1, 127, (1952)
Nos referiremos a estos trabajos como A y B respectivamente.
3.- J.Schwinger, Phys.Rev. 76, 790, (1949)
4.- S.Borowitz and W.Kohn. Phys.Rev. 76, 818, (1949)
5.- K.Nakabayasi, I.Sato, Prog.Theor.Phys. 6, 252, (1951)
6.- A.Medina, Congreso Internacional de Fisica, Rio de Janeiro, (1952).