

Medición directa de la polarización de la luz

J. Feliciano-Zenón* y M. Fernández-Guasti**

Universidad Autónoma Metropolitana - Iztapalapa, Lab. de Óptica Cuántica, Depto. de Física,

Apartado Postal 55-534, CDMX, 09340 México,

*e-mails: *cbi2221801174@xanum.uam.mx; **mfg@xanum.uam.mx*

Received 8 June 2023; accepted 5 February 2024

El estado de polarización de la luz, usualmente se mide determinando los parámetros de Stokes. Diversos autores han propuesto formas alternas para la obtención de estos parámetros. Sin embargo, la esencia del método ha prevalecido. En este trabajo se plantea un método de extremales, que consiste en medir intensidades máximas y mínimas. El procedimiento consiste en cuatro mediciones directas para la obtención del estado de polarización de la luz, sin la necesidad de utilizar los parámetros de Stokes. Se ofrece una representación matemática alternativa de la polarización elíptica, con base en parámetros que representan directamente la inclinación de la elipse y la relación entre sus semiejes. Se muestran resultados experimentales que se comparan favorablemente con el método tradicional.

Descriptores: Polarización; Esfera de Poincaré; parámetros de Stokes; extremales.

The polarization state of light is normally measured by determining the Stokes parameters. Several authors have proposed alternative ways to obtain these parameters. However the essence of the method has prevailed. In this work, a method of extremes is proposed, which consists of measuring maximum and minimum intensities. The procedure consists of four direct measurements to obtain the polarization state of the light, without the need to use the Stokes parameters. An alternative mathematical representation of the elliptical polarization is offered, based on parameters that directly represent the inclination of the ellipse and the relationship between its semi-axes. Experimental results that compare favorably with the traditional method are shown.

Keywords: Polarization; Poincaré sphere; Stokes parameters; extremals.

DOI: <https://doi.org/10.31349/RevMexFis.70.031304>

1. Introducción

La luz se concibe como una onda electromagnética, donde las ecuaciones de Maxwell juegan el rol principal. Se pueden estudiar las propiedades que conlleva el contemplar a la luz de esta forma, una de ellas es la polarización, la cual describe la dirección en que oscilan los campos eléctricos y magnéticos, donde la dirección de propagación es ortogonal a la oscilación de los campos. Para determinar esta propiedad es necesario relacionarla con observables, y éstas se relacionan con los parámetros de Stokes [1], existen diferentes formas de obtener estos parámetros [1–7]. En este trabajo se hace un contraste con el método proporcionado por Born & Wolf [1], donde se realizan seis mediciones de intensidades; una desventaja de este método es que requiere los parámetros de Stokes y posteriormente calcular los ángulos de la esfera de Poincaré [8, 9]. El problema es contemplado en Ref. [10] y se ofrece una forma rápida para distinguir cualitativamente diferentes estados de polarización, otra dificultad es que la inclinación de la elipse ψ y la relación entre los semiejes χ encuentran en términos de los cuadrados de las amplitudes del campo eléctrico y la diferencia de fase δ , al modificar alguna de estas cantidades, cambia de forma simultánea ψ y χ .

Los haces estructurales han sido de gran interés en los últimos años. Estos haces tienen una distribución espacial de la polarización, se han convertido en un importante campo de investigación, con aplicaciones en comunicaciones ópticas [11, 12], micromanipulación [13], procesamiento de información cuántica [14], entre muchas más [15, 16].

La simetría de Heaviside-Lamor (HL) es una rotación en sentido antihorario de $\pi/2$, que intercambia el campo eléctrico \mathbf{E} y el campo magnético \mathbf{H} , $\mathbf{E} \rightarrow \sqrt{(\mu/\varepsilon)}\mathbf{H}$, $\mathbf{H} \rightarrow -\sqrt{(\varepsilon/\mu)}\mathbf{E}$. Esta simetría se puede utilizar para obtener soluciones vectoriales de las ecuaciones de Maxwell [17], y ofrece una ecuación paramétrica de la elipse, que involucra dos parámetros que describen de forma independiente la inclinación de la elipse y la relación entre sus semiejes, relacionándose directamente con los ángulos de la esfera de Poincaré. La medición de estos parámetros, se plantea con base en intensidades máximas y mínimas, se obtiene una relación inmediata entre los parámetros de la elipse y las mediciones realizadas. Medir un estado de polarización con base en la intensidad mínima, es usada para la determinación de un estado de polarización [4], sin embargo, la idea que plantea Born & Wolf prevalece.

En la Sec. 2 se muestra una descripción alterna de la polarización elíptica, con base en parámetros que se relacionan directamente con ψ y χ , además de ofrecer una interpretación clara del estado de polarización de la luz sin perder el rigor del formalismo. En la Sec. 3 se plantea con detalle el método de extremales, se muestra la forma experimental de determinar estos parámetros, para obtener el estado de polarización de la luz. En la Sec. 4 se muestran resultados experimentales del método de extremales y el tradicional, la Sec. 5 muestra una comparación de los resultados obtenidos por estos procedimientos y en la Sec. 6 se muestran las conclusiones.

2. Parámetros de la polarización

La representación compleja de un campo eléctrico con polarización elíptica, donde dos ondas planas mutuamente perpendiculares se propagan en la dirección z , con amplitud E_0 y fase $\varphi = kz - \omega t$; donde k es la magnitud del vector de onda, ω la frecuencia angular y t el tiempo, se puede describir como [17]

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i\varphi} (\wp_1 u_{0x} \mp i \wp_2 u_{0y}) \hat{\mathbf{e}}_x + E_0 e^{i\varphi} (-\wp_2 u_{0x} \mp i \wp_1 u_{0y}) \hat{\mathbf{e}}_y, \quad (1)$$

donde \wp_1 y $-\wp_2$ son las proyecciones $\hat{\mathbf{e}}_x$ y $\hat{\mathbf{e}}_y$ de un vector unitario alineado con el semieje mayor de la elipse sobre el eje x . Los parámetros u_{0x} y u_{0y} representan el semieje mayor y menor de la elipse respectivamente; $\hat{\mathbf{e}}_x$ y $\hat{\mathbf{e}}_y$ representan los vectores unitarios en la dirección x y y respectivamente. Si u_{0x} y u_{0y} son positivos, el signo negativo hace referencia a la polarización derecha, y el signo positivo a polarización izquierda. Los parámetros que describen la polarización elíptica cumplen [17]

$$\wp_1^2 + \wp_2^2 = 1, \quad 0 \leq \wp_1^2 \leq 1; \\ u_{0x}^2 + u_{0y}^2 = 1, \quad 0 \leq u_{0x}^2 \leq 1.$$

Si el término \wp_1 es considerado como la polarización de referencia, el término \wp_2 representa una rotación de $\pi/2$ en sentido horario respecto al parámetro \wp_1 [17], de ahí el signo negativo del parámetro \wp_2 .

La parte real de \mathbf{E} es

$$\mathbf{E} = E_0 (\wp_1 u_{0x} \cos \varphi \pm \wp_2 u_{0y} \sin \varphi) \hat{\mathbf{e}}_x + E_0 (-\wp_2 u_{0x} \cos \varphi \pm \wp_1 u_{0y} \sin \varphi) \hat{\mathbf{e}}_y, \quad (2)$$

nótese en contraste con la representación compleja de \mathbf{E} , el signo positivo hace referencia a polarización derecha y el negativo a polarización izquierda. Cuando se modifica u_{0x} , cambia la relación entre los semiejes de la elipse, por otro lado, cuando se modifica \wp_1 , cambia la inclinación del semieje mayor de la elipse respecto al eje x . Estos parámetros son independientes, relacionándose directamente con los ángulos ψ y χ que caracterizan a la esfera de Poincaré, en contraste con el tratamiento usual donde quedan acoplados [1].

La esfera de Poincaré es un modelo que permite la representación de los estados de polarización de la luz [18, 19], sus parámetros ψ y χ representan la inclinación del semieje mayor de la elipse respecto al eje x y la relación entre los semiejes de la elipse respectivamente. Los términos de polarización \wp_1 y \wp_2 de la Ec. (1) se factorizan

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i\varphi} \wp_1 (u_{0x} \hat{\mathbf{e}}_x \mp i u_{0y} \hat{\mathbf{e}}_y) + E_0 e^{i\varphi} \wp_2 (\mp i u_{0y} \hat{\mathbf{e}}_x - u_{0x} \hat{\mathbf{e}}_y).$$

Los términos de los paréntesis son polarizaciones elípticas alineadas con el sistema $\hat{\mathbf{e}}_x$, $\hat{\mathbf{e}}_y$ y son ortogonales, porque $(u_{0x} \hat{\mathbf{e}}_x \mp i u_{0y} \hat{\mathbf{e}}_y) \cdot (\mp i u_{0y} \hat{\mathbf{e}}_x - u_{0x} \hat{\mathbf{e}}_y) = 0$. Si se modifica

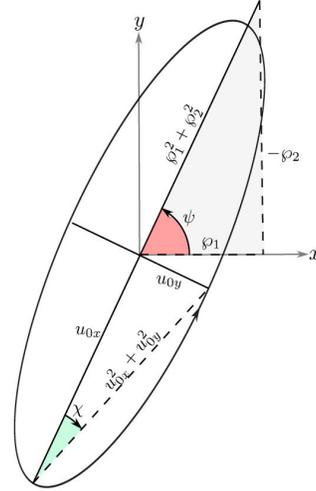


FIGURA 1. Elipse con polarización izquierda. El ángulo ψ representa la inclinación del semieje mayor de la elipse respecto al eje x . Este ángulo se encuentra sólo en términos de \wp_1 y \wp_2 . El ángulo χ es la tangente del cociente de u_{0y} y u_{0x} .

\wp_1 y $-\wp_2$ la elipticidad se mantiene pero rotan los semiejes de la elipse en contra de las manecillas del reloj, en el plano $\hat{\mathbf{e}}_x$, $\hat{\mathbf{e}}_y$ con un ángulo

$$\psi = -\arctan\left(\frac{\wp_2}{\wp_1}\right), \quad -\frac{\pi}{2} < \psi \leq \frac{\pi}{2} \text{ mod } \pi. \quad (3)$$

En geometría analítica, a partir de la definición de los semiejes de la elipse, se introduce el ángulo χ [20]

$$\chi = \arctan\left(\frac{u_{0y}}{u_{0x}}\right), \quad -\frac{\pi}{4} < \chi \leq \frac{\pi}{4}. \quad (4)$$

Los ángulos ψ y χ se representan en la Fig. 1, así como en la esfera de Poincaré, Fig. 2.

Es posible obtener expresiones para los ángulos dobles, aunque en este procedimiento son innecesarias,

$$\tan 2\psi = -\frac{2\wp_1\wp_2}{\wp_1^2 - \wp_2^2}, \\ \tan 2\chi = \frac{2u_{0x}u_{0y}}{u_{0x}^2 - u_{0y}^2}.$$

La expresión (1) surge de la simetría Heaviside-Larmor (HL), la cual se aborda en [17, 21, 22], si $\wp_1 = 1$ y $\wp_2 = 0$, la expresión (1) resulta polarización elíptica cuyos semiejes se encuentran alineados con el sistema de referencia $\hat{\mathbf{e}}_x$, $\hat{\mathbf{e}}_y$. Considere que esta onda incide a través de una placa retardadora de $\lambda/4$, que provoca un desplazamiento de fase de $e^{i(\pi/2)} = i$ sobre su eje lento (se considera al eje y por convención), de esta manera se obtiene polarización lineal

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i\varphi} (u_{0x} \hat{\mathbf{e}}_x - u_{0y} \hat{\mathbf{e}}_y).$$

Consideremos ahora una polarización elíptica inclinada ψ grados respecto al eje x , la cual tiene una expresión dada por la Ec. (1), en este caso para generar polarización lineal, la

placa retardadora de $\lambda/4$ se debe alinear con el eje rápido paralelo al eje mayor de la elipse

$$\mathbf{E} = E_0 e^{i\varphi} (\wp_1 u_{0x} \pm \wp_2 u_{0y}) \hat{\mathbf{e}}_x + E_0 e^{i\varphi} (-\wp_2 u_{0x} \pm \wp_1 u_{0y}) \hat{\mathbf{e}}_y. \quad (5)$$

La parte real es

$$\text{Re } \mathbf{E} = E_0 \cos(kz - \omega t) [(\wp_1 u_{0x} \pm \wp_2 u_{0y}) \hat{\mathbf{e}}_x + (-\wp_2 u_{0x} \pm \wp_1 u_{0y}) \hat{\mathbf{e}}_y], \quad (6)$$

que representa polarización lineal inclinada con respecto al sistema $\hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{e}}_y$. El ángulo de inclinación se puede obtener del cociente entre los coeficientes de las componentes x y y de la Ec. (6).

En el análisis de Born & Wolf se parte de la expresión del campo eléctrico, las cuales son dos ondas planas linealmente polarizadas en planos mutuamente perpendiculares [1]

$$\mathbf{E} = a_1 \cos(\tau + \delta_1) \hat{\mathbf{e}}_x + a_2 \cos(\tau + \delta_2) \hat{\mathbf{e}}_y, \quad (7)$$

donde a_1 y a_2 son las amplitudes del campo eléctrico en la componente x y y respectivamente; con $\tau = kz - \omega t$; una diferencia de fase $\delta = \delta_2 - \delta_1$ entre ellas. Se modifica δ para obtener distintos estados de polarización, sin embargo, modifica tanto elipticidad como la orientación de la elipse, de manera que estas cantidades se encuentran acopladas.

Para buscar una relación directa entre las Ecs. (2) y (7), sólo es necesario expandir los ángulos de (7) e igualar los coeficientes, obteniendo

$$\delta_1 = \mp \arctan\left(\frac{\wp_2 u_{0y}}{\wp_1 u_{0x}}\right), \quad (8a)$$

$$\delta_2 = \pm \arctan\left(\frac{\wp_1 u_{0y}}{\wp_2 u_{0x}}\right), \quad (8b)$$

$$a_1 = E_0 \sqrt{\wp_2^2 u_{0y}^2 + \wp_1^2 u_{0x}^2}, \quad (8c)$$

$$a_2 = E_0 \sqrt{\wp_2^2 u_{0x}^2 + \wp_1^2 u_{0y}^2}, \quad (8d)$$

$$\tan \delta = \pm \frac{u_{0x} u_{0y}}{\wp_1 \wp_2 (u_{0x}^2 - u_{0y}^2)}. \quad (8e)$$

Las Ecs. (8a) y (8b) se pueden obtener a partir de la representación polar de la Ec. (1). Sustituyendo las Ecs. (8a)–(8d) en la expansión de (7), se obtiene de nuevo la parametrización de una elipse pero en función de \wp_1 y u_{0x} , las cuales son cantidades independientes que determinan por completo el estado de polarización.

Los parámetros de Stokes en término de las nuevas variables son

$$S_0 = E_0^2 + 2I_{\text{nulo}}, \quad (9a)$$

$$S_1 = E_0^2 (u_{0x}^2 - u_{0y}^2) (\wp_1^2 - \wp_2^2), \quad (9b)$$

$$S_2 = 2E_0^2 (u_{0x}^2 - u_{0y}^2) \wp_1 \wp_2, \quad (9c)$$

$$S_3 = \pm 2E_0^2 u_{0x} u_{0y}. \quad (9d)$$

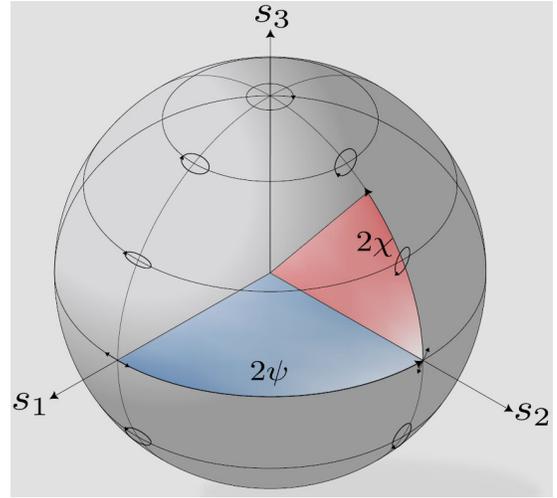


FIGURA 2. Esfera de Poincaré en función de los ángulos 2ψ y 2χ .

donde $2I_{\text{nulo}}$ representa la intensidad de luz depolarizada, en la siguiente sección se dará detalle sobre esta cantidad.

La representación usual del vector de Jones es [4]

$$\begin{pmatrix} a_1 e^{i\delta_1} \\ a_2 e^{i\delta_2} \end{pmatrix},$$

y en término de las variables de extremales es

$$\begin{pmatrix} \wp_1 u_{0x} \mp i \wp_2 u_{0y} \\ -\wp_2 u_{0x} \mp i \wp_1 u_{0y} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Cabe resaltar que el vector de Jones (10) ya está normalizado. En Refs. [1–3] se plantean métodos para determinar los parámetros de Stokes con base en arreglos predeterminados, posteriormente se encuentran los ángulos de la esfera de Poincaré y se determina el tipo de polarización de la luz. Lo que pretende el método actual, es medir $\wp_{1,2}$ y $u_{0x,0y}$ sin usar los parámetros de Stokes y encontrar directamente el estado de polarización.

3. Método de extremales

El procedimiento que se muestra a continuación, contempla un estado general de la polarización, el cual consiste en polarización elíptica con intensidad E_0^2 y luz depolarizada con intensidad I_d . El láser que se utilizó inicialmente está parcialmente polarizado, la contribución polarizada se muestra en la Fig. 1. Eventualmente, se modificó el estado de polarización de la luz para reportar diferentes estados de polarización, tanto lineal como elíptica.

Antes de iniciar las mediciones se debe elegir un sistema de referencia para colocar los elementos ópticos, usualmente se elige al sistema $\hat{\mathbf{e}}_x, \hat{\mathbf{e}}_y$, donde el eje x es paralelo a la mesa óptica, para posteriormente alinear el eje del polarizador lineal paralelo al eje x , y el eje de propagación se toma como el eje z .

TABLA I. Procedimiento de medición.

1. Se gira el polarizador lineal hasta obtener el máximo

de intensidad (ver Fig. I), en este punto se obtiene

$$I_{\max} = E_0^2 u_{0x}^2 + \frac{1}{2} I_d, \quad (\text{I})$$

y se registra el ángulo del polarizador lineal ψ , que coincide con la inclinación del semieje mayor de la elipse y es directamente uno de los ángulos de la esfera de Poincaré.

2. Se procede a girar el polarizador lineal hasta obtener el mínimo de intensidad, que será al ángulo

$\psi_{\min} = \psi + 90^\circ$ (ver Fig. II). Se obtiene

$$I_{\min} = E_0^2 u_{0y}^2 + \frac{1}{2} I_d. \quad (\text{II})$$

3. Sin mover el polarizador lineal se coloca una placa retardadora de $\lambda/4$ entre la fuente de luz y el polarizador lineal con el eje rápido a ψ grados (ver Fig. III).

Se gira el polarizador lineal en dirección contraria a las manecillas del reloj, si la intensidad aumenta será polarización izquierda, por el contrario, si la intensidad disminuye, será polarización derecha.

4. Se continúa girando el polarizador lineal en esa dirección hasta obtener una intensidad mínima (ver Fig. III) que será

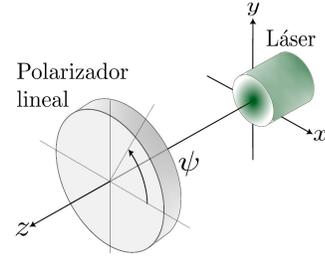
$$I_{\text{nulo}} = \frac{1}{2} I_d. \quad (\text{III})$$


Figura I. Ángulo de intensidad máxima.

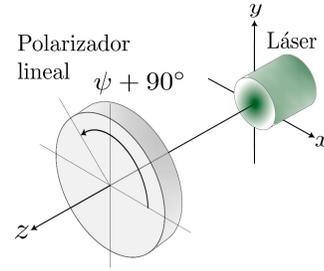


Figura II. Ángulo de intensidad mínima.

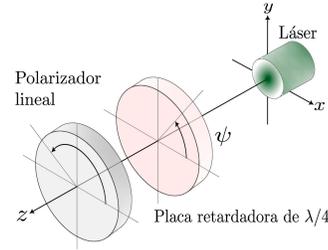


Figura III. Quiralidad y luz depolarizada.

Se usa la convención de reportar los ángulos de los elementos ópticos y los estados de polarización como Born & Wolf [1], estando el observador viendo de frente al haz de luz. Se considera polarización derecha cuando el giro corresponde a la dirección de las manecillas del reloj \odot . La polarización izquierda se refiere cuando el giro es en dirección contraria a las manecillas del reloj \ominus .

Puesto que la luz depolarizada tiene la misma proyección en cualquier dirección, si incide luz depolarizada I_d a través del polarizador lineal, el 50 % de la energía incidente se absorbe en el polarizador lineal y el 50 % se transmite. El detector se ubica sobre el eje z después de todas las componentes. El procedimiento de medición se resume en la Tabla I.

Tomando la suma de la intensidad máxima (I) y mínima (II) se obtiene

$$I_{\max} + I_{\min} = E_0^2 (u_{0x}^2 + u_{0y}^2) + I_d = E_0^2 + 2I_{\text{nulo}}.$$

Restando $2I_{\text{nulo}}$ se obtiene la intensidad de la luz polarizada

$$E_0^2 = I_{\max} + I_{\min} - 2I_{\text{nulo}}. \quad (\text{11})$$

No confundir I_{nulo} con I_{\min} , la primera intensidad hace referencia a la cantidad de luz depolarizada y la segunda intensidad al semieje menor de la elipse.

Con base en los resultados, de (I) y (III) se obtiene el semieje mayor de la elipse

$$u_{0x} = \sqrt{\frac{I_{\max} - I_{\text{nulo}}}{E_0^2}}, \quad (\text{12a})$$

de (I) y (III) se obtiene el semieje menor de la elipse

$$u_{0y} = \sqrt{\frac{I_{\min} - I_{\text{nulo}}}{E_0^2}}. \quad (\text{12b})$$

Nótese que siempre se consideran las raíces positivas. Obtenidos los valores de u_{0x} y u_{0y} , se obtiene la razón de los semiejes de la elipse

$$\tan \chi = \pm \frac{u_{0y}}{u_{0x}}. \quad (\text{13})$$

El signo positivo hace referencia a polarización derecha y el negativo a polarización izquierda, el cual se determinó en el cuarto paso del procedimiento de medición.

3.1. Precisiones sobre el método de extremales

El sello de este método consiste en la medición de intensidades máximas y mínimas, de ahí el nombre del método de extremales.

En la primera medición, si la intensidad no cambia con el giro del polarizador lineal, se podrá tener polarización circular, polarización circular y luz depolarizada, o luz completamente depolarizada.

En la segunda medición, si al ángulo ψ_{\min} se registró una nula intensidad, se estará trabajando con polarización lineal completamente polarizada a ψ grados. Si fuese el caso donde $\psi_{\min} + 90^\circ \neq \psi$, es preferible tomar el valor de ψ como $\psi = \psi_{\min} + 90^\circ$. Desde un punto de vista experimental es mejor trabajar con mediciones de nulo.

En la tercera medición, la placa retardadora de $\lambda/4$ transforma la polarización elíptica incidente en polarización lineal. Para polarización incidente izquierda, la polarización después del retardador se ubicará en el segundo/cuarto cuadrante. Al girar el polarizador lineal contra las manecillas del reloj, la intensidad aumenta. Si la polarización fuese derecha, la intensidad disminuirá.

En las placas retardadoras comerciales usualmente existe una marca sobre los extremos del eje rápido. Si no fuese este el caso, en Ref. [23] se plantea una manera de medirlo, mediante la reflexión de un espejo metálico. El motivo de colocar el eje rápido de la placa retardadora de $\lambda/4$ a ψ grados es para que el semieje mayor de la elipse pase a través del eje rápido, para generar polarización lineal.

A la Ec. (13) se le asocian los signos positivo y negativo para poder hacer una distinción entre las diferentes direcciones del estado de polarización. En el procedimiento de medición se mostró la obtención de los cuadrados u_{0x}^2 y u_{0y}^2 . Sin embargo, el signo del cociente entre u_{0x} y u_{0y} determina la quiralidad. Este signo se obtiene experimentalmente en la tercera medición.

Si en las primeras tres mediciones, la intensidad se mantiene constante, se podrá tener polarización circular, polarización circular y luz depolarizada, o luz completamente depolarizada. En el tercer paso se debe colocar la placa retardadora de $\lambda/4$ con el eje rápido a 45° . En la cuarta medición, si la luz se extingue con el polarizador lineal a 45° , la polarización del láser será polarización circular izquierda. Por el contrario, si la orientación del polarizador lineal fuese -45° , será polarización circular derecha. Si en la medición anterior no se registró una intensidad nula, sino un mínimo de intensidad, la luz está parcialmente polarizada, siendo el mínimo de intensidad $(1/2)I_d$.

En la cuarta medición, si I_{nulo} no cambia respecto a las mediciones anteriores ($I_{\text{máx}} = I_{\text{mín}} = I_{\text{nulo}}$) se tendrá luz completamente depolarizada. Para encontrar la intensidad de luz depolarizada es necesario separar la contribución de luz polarizada. Para separarla, la placa retardadora de $\lambda/4$ se coloca de manera que produce polarización lineal. El ángulo del polarizador lineal se coloca perpendicular al ángulo de salida de la polarización lineal obtenida del retardador. La

contribución de luz remanente es entonces luz depolarizada $I_{\text{nulo}} = (1/2)I_d$. Si esta intensidad es cero $I_{\text{nulo}} = 0$, la luz está completamente polarizada.

4. Mediciones

Para comprobar la fiabilidad del método se realizaron mediciones con un láser Nd:YAG a 632 nm, con diferentes estados de polarización, elíptica, lineal, circular y una pequeña componente de luz depolarizada. Las incertidumbres se reportan con base en el criterio de resolución del detector, donde para lecturas digitales es ± 1 y para lecturas análogas la mitad de la escala mínima, para este caso ± 1 . Se consideró la incertidumbre de la lectura análoga al momento de reportar intensidades, y se observó que la intensidad se modificaba en 4 a 5 unidades al variar ese ángulo, las lecturas en las intensidades cambian su incertidumbre a ± 5.5 . Las unidades de las intensidades registradas son lux, sin embargo, por la calibración del instrumento es preferible considerar unidades arbitrarias. Considerar que el valor de la corriente oscura se restó de los valores reportados.

En la Fig. 3 se muestra el arreglo utilizado para determinar el estado de polarización, al fondo se encuentra el láser Nd:YAG, posteriormente la placa retardadora de $\lambda/4$ y enseguida el polarizador lineal.

4.1. Método de extremales

Se comienza por introducir el polarizador lineal alineado con el eje x , dejando espacio entre él y la fuente, para posteriormente introducir un segundo elemento.

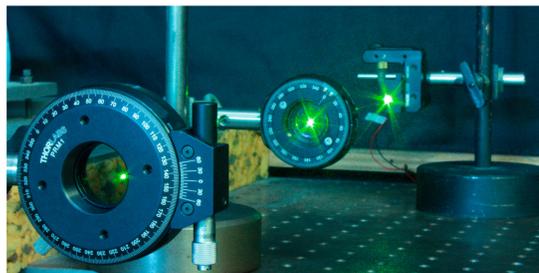


FIGURA 3. En el primer plano está el polarizador lineal a ψ_{\min} grados, en segundo plano el retardador inclinado a ψ grados y atrás el láser Nd:YAG.

TABLA II. Medición de las cantidades que permiten obtener la polarización de la luz.

Cantidad	Valor
$I_{\text{máx}}$	561 ± 1
ψ	$55^\circ \pm 1^\circ$
$I_{\text{mín}}$	56 ± 1
ψ_{\min}	$145^\circ \pm 1^\circ$
Quiralidad	-1
I_d	22 ± 2

La Tabla II presenta las medidas obtenidas, correspondientes el desarrollo de extremales. Se gira el polarizador lineal en contra de las manecillas del reloj, hasta obtener la intensidad máxima $I_{\text{máx}} = 561$. Se registra el ángulo del polarizador lineal, en este caso 55° . Nótese que se ha obtenido el ángulo de la esfera de Poincaré ψ de forma directa en la primer medición. Se vuelve a girar el polarizador lineal hasta obtener la intensidad mínima $I_{\text{mín}} = 56$ a un ángulo de 145° . Los ángulos ψ y $\psi_{\text{mín}}$ tienen una diferencia de 90° , no es necesario modificar ψ con base en $\psi_{\text{mín}}$, si este no fuera el caso, $\psi = \psi_{\text{mín}} + 90^\circ$.

Se coloca la placa retardadora de $\lambda/4$ entre el polarizador lineal y la fuente a 55° , y se comienza a girar el polarizador lineal en dirección contraria a las manecillas del reloj. La intensidad aumentó, indicando que es polarización izquierda, se continua girando el polarizador lineal hasta una intensidad mínima $I_{\text{nulo}} = 11$ a un ángulo de 309° .

El porcentaje de luz depolarizada respecto a la máxima intensidad es

$$\% (2I_{\text{nulo}}) = \frac{22}{561 + 56} \times 100 = 3.5 \%,$$

la intensidad de luz polarizada E_0^2 es

$$E_0^2 = I_{\text{máx}} + I_{\text{mín}} - 2I_{\text{nulo}} = 595 \pm 4.$$

donde su incertidumbre es la combinación lineal de las incertidumbres de $I_{\text{máx}}$, $I_{\text{mín}}$ y I_d .

Los semiejes de la elipse u_{0x} y u_{0y} con base en (12a) y (12b) son

$$u_{0x}^2 = 0.92 \pm 0.004, \quad (14a)$$

$$u_{0y}^2 = 0.075 \pm 0.002. \quad (14b)$$

La ecuación para la incertidumbre de u_{0x}^2 (y para las demás cantidades) se calcula mediante derivadas parciales para tener el error absoluto, la cual es

$$\begin{aligned} \Delta u_{0x}^2 &= \left| \frac{I_{\text{máx}} - \frac{1}{2}I_d}{(E_0^2)^2} \right| \Delta E_0^2 \\ &+ \left| \frac{1}{E_0^2} \right| \Delta I_{\text{máx}} + \left| \frac{-\frac{1}{2}}{E_0^2} \right| \Delta I_d. \end{aligned} \quad (15)$$

Se verifica que $u_{0x}^2 + u_{0y}^2 = 0.999$, el cual es muy cercano a uno, así mismo se obtiene el valor de χ

$$\chi = \arctan \left(-\sqrt{\frac{0.072}{0.92}} \right) = -15.96^\circ \pm 0.8^\circ.$$

Buscando la relación entre los semiejes

$$|u_{0y}| = |\tan(-15.96)| |u_{0x}| = 0.28 |u_{0x}|.$$

El estado de polarización de la luz se determina por completo.

4.1.1. Valores complementarios

Otras variables se pueden calcular, dependiendo del formalismo que se utilice, aunque ya no sean necesarias, por ejemplo se obtienen los parámetros de polarización \wp_1 y \wp_2 con sus respectivas incertidumbres

$$\wp_1 = \cos 55 = 0.57 \pm 0.01,$$

$$\wp_2 = -\sin 55 = -0.81 \pm 0.01.$$

Los parámetros de Stokes son

$$S_0 = 617 \pm 6, \quad S_1 = -174 \pm 3,$$

$$S_2 = 478 \pm 22, \quad S_3 = -296 \pm 6.$$

El parámetro S_3 está definido como el producto de u_{0x} y u_{0y} . Sin embargo, como ambas cantidades se han considerado siempre positivas, este producto no define el signo, la quiralidad contiene esa información. Con base en la Eq. (10) se calcula en vector de Jones normalizado

$$\begin{pmatrix} 0.54 + i 0.22 \\ -0.77 + i 0.15 \end{pmatrix}.$$

4.2. Método de Born & Wolf

Los resultados anteriores se contrastaron con las mediciones obtenidas por el método convencional.

Con base en la Tabla III, se pueden encontrar los parámetros de Stokes

$$S_0 = I(0^\circ, 0) + I(90^\circ, 0) = 618 \pm 11, \quad (17a)$$

$$S_1 = I(0^\circ, 0) - I(90^\circ, 0) = -178 \pm 11, \quad (17b)$$

$$S_2 = I(45^\circ, 0) - I(135^\circ, 0) = 479 \pm 11, \quad (17c)$$

$$S_3 = I(45^\circ, \pi/2) - I(135^\circ, \pi/2) = -307 \pm 11. \quad (17d)$$

La parte depolarizada $\mathbf{S}^{(1)}$ es

$$\mathbf{S}^{(1)} = 21 \pm 7,$$

las componentes de la parte depolarizada tienen la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^{(1)} &= \frac{1}{I_{\text{tot}}} \left(S_0 - \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}, 0, 0, 0 \right) \\ &= (0.033, 0, 0, 0), \end{aligned}$$

TABLA III. Intensidades registradas con base en el método de Born & Wolf.

Cantidad	Valor
$I(0^\circ, 0)$	220 ± 5.5
$I(90^\circ, 0)$	398 ± 5.5
$I(45^\circ, 0)$	549 ± 5.5
$I(135^\circ, 0)$	70 ± 5.5
$I(45^\circ, \pi/2)$	162 ± 5.5
$I(135^\circ, \pi/2)$	469 ± 5.5

con $I_{\text{tot}} = S_0$. Las componentes de la parte polarizada tienen la forma

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^{(2)} &= \frac{(I_{\text{pol}}, S_1, S_2, S_3)}{I_{\text{pol}}} \\ &= (1, -0.29, 0.8, -0.51), \end{aligned}$$

con $I_{\text{pol}} = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}$. Los ángulos de la esfera de Poincaré ψ y χ son

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{S_2}{S_1}\right) = 55.19^\circ \pm 0.79^\circ, \quad (18a)$$

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin\left(\frac{S_3}{I_{\text{pol}}}\right) = -15.6^\circ \pm 0.8^\circ. \quad (18b)$$

Sea $\tan \chi = b/a$, donde b y a representan el semieje menor y semieje mayor de la elipse respectivamente. Se obtiene la relación entre los semiejes

$$\tan \chi = -0.28 = b/a \rightarrow |b| = 0.28|a|.$$

El grado de polarización es

$$P = \frac{I_{\text{pol}}}{I_{\text{tot}}} = 0.96 \pm 0.04.$$

5. Comparación de resultados

En la Tabla IV se muestran los parámetros que determinan el estado de polarización, para ambos métodos. Así mismo, se observa que los valores entre ambos procedimientos coinciden dentro del valor de sus incertidumbres. La Fig. 4 muestra el estado de polarización que se analizó.

Las Figs. 5 y 6 ofrecen una comparación de ψ y χ para ambos métodos. La Fig. 5 muestra una dispersión para los valores de ψ y χ (dichos valores se asocian a los resultados reportados anteriormente) por medio de los dos métodos.

La Fig. 6 muestra distintos estados de polarización con valores de ψ y χ , en esta gráfica ya es complicado distinguir la separación entre los puntos. Se optó por no asociar cada punto a un método, lo que se pretende es mostrar la semejanza de los resultados de ψ y χ para ambos métodos.

TABLA IV. Comparación de resultados entre ambos métodos, D, P significan depolarización y polarización respectivamente y RS, la relación de semiejes.

	Método de extremales	Born & Wolf
D	0.035 ± 0.003	0.03 ± 0.01
P	0.965 ± 0.003	0.96 ± 0.04
ψ	$55^\circ \pm 1^\circ$	$55.19^\circ \pm 0.79^\circ$
χ	$-15.96^\circ \pm 0.8^\circ$	$-15.6^\circ \pm 0.8^\circ$
RS	$ u_{0y} = 0.28 u_{0x} $	$ b = 0.28 a $

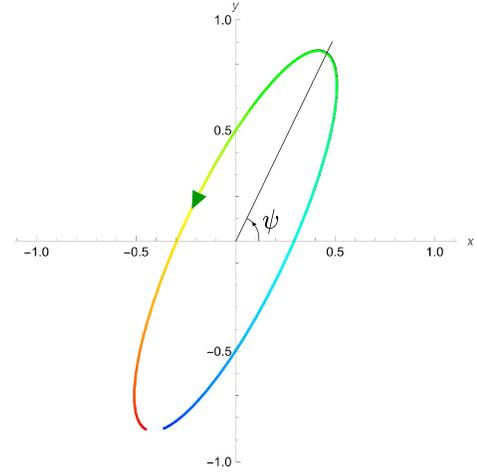


FIGURA 4. Elipse con polarización izquierda a una inclinación de ψ grados.

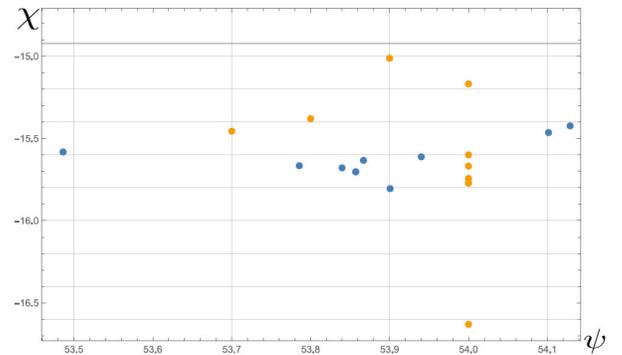


FIGURA 5. Dispersión de los valores de ψ y χ , los puntos color azul corresponden al método de Born & Wolf y los puntos anaranjados al método de extremales.

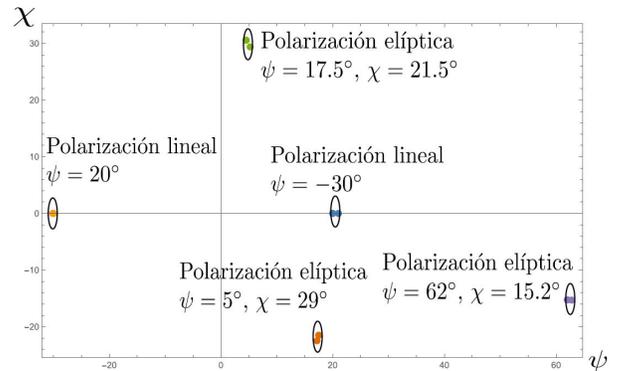


FIGURA 6. Diferentes estados de polarización abordados por ambos métodos. Las elipse representan las incertidumbres.

TABLA V. Parámetros de Stokes con base en ambos métodos.

P. Stokes	Extremales	B&W
S_0	617 ± 6	618 ± 11
S_1	-174 ± 3	-178 ± 11
S_2	478 ± 22	479 ± 11
S_3	-296 ± 6	-307 ± 11

lo que se pretende es mostrar la semejanza de los resultados de ψ y χ para ambos métodos.

La Tabla V muestra los parámetros de Stokes para ambos tratamientos, estos coinciden dentro del valor de sus incertidumbres.

Cabe mencionar que para verificar el método de extremales, se realizaron más de cincuenta medidas experimentales para cada estado, por lo que se tuvo una base de datos sólida al momento de reportar los estados de polarización.

6. Conclusiones

El método de extremales ofrece una forma directa de determinar el estado de polarización de la luz, con un procedimiento orientado a la obtención de intensidades máximas y mínimas. Los parámetros \wp_1 y u_{0x} (o sus complementarios \wp_2 y u_{0y}), se relacionan directamente con los ángulos ψ y χ de la esfera de Poincaré y describen una ecuación paramétrica de la elipse, que otorga una descripción más clara del concepto de polarización, y su medición se determina por cuatro mediciones experimentales. En particular la primera medición del procedimiento nos da directamente la inclinación de la elipse ψ .

Los parámetros \wp_1 y $-\wp_2$ surgen a partir de la simetría HL, y el cociente entre $-\wp_2$ y \wp_1 representa la tangente del ángulo de inclinación de la elipse $\tan \psi = -(\wp_2/\wp_1)$. Estos términos tienen el nombre de parámetros de polarización [17], y son de gran importancia al reportar soluciones vectoriales de las ecuaciones de Maxwell. Los parámetros u_{0x} y u_{0y} representan el semieje mayor y menor de la elipse respectivamente, su modificación cambia la elipticidad y el cociente entre u_{0y} y u_{0x} es $\tan \chi = u_{0y}/u_{0x}$. La mayoría de las propuestas experimentales previas [8,24-26] se centran en encontrar los parámetros de Stokes, el método de extremales no requiere dichos parámetros, aunque ciertamente es posible encontrarlos como se mostró en la Sec. 5.

Agradecimientos

Estamos muy agradecidos al revisor por sus amables sugerencias.

JFZ agradece al Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (Conahcyt) por la beca de maestría.

Este trabajo fue apoyado por el proyecto Conahcyt CF-2023-I-1864.

1. M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 7th ed. (Cambridge University Press, Cambridge, 1999), pp. 619–632.
2. W. Shurcliff, *Polarized Light* (Harvard University Press, Cambridge, MA, 1962).
3. M. Chekhva and P. Banzer, *Polarization of Light: In Classical, Quantum, and Nonlinear Optics*, 1st ed. (De Gruyter, Berlin, Boston, 2021).
4. D. Goldstein, *Polarized Light*, 3rd ed. (CRC Press, 2011).
5. D. S. Kliger, J. W. Lewis, and C. E. Randall, *Polarized Light in Optics and Spectroscopy*, 1st ed. (Cademix Press, Inc. Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, 1990).
6. K. Iizika, *Elements of Photonics*, 1st ed. (A John Wiley & Sons, Inc., Publication, 2002).
7. Z. Rodríguez, A. Acosta, and P. Contreras, Parámetros de Stokes para haces reflejados y transmitidos en una frontera interdieléctrica: una práctica de laboratorio, *Rev. Mex. Fis.* **39** (1992) 280 <https://rmf.smf.mx/ojs/index.php/rmf/article/view/2323>
8. Z.-C. Ren *et al.*, Full Stokes Polarization Imaging Based on Broadband Liquid Crystal Polarization Gratings, *Opt. Express* **13** (2023), <https://doi.org/10.3390/cryst13010038>
9. Y. Wang *et al.*, Principle and Implementation of Stokes Vector Polarization Imaging Technology, *Applied Sciences* **12** (2022), <https://doi.org/10.3390/app12136613>
10. D. Malacara, *Óptica básica*, 3rd ed. (Fondo de Cultura Económica, 2015).
11. L. Zhu, A. Wang, and J. Wang, Free-space data-carrying bendable light communications, *Scientific Reports* **9** (2019) 14969, <https://doi.org/10.1038/s41598-019-51496-z>
12. X. Liang *et al.*, Chiroptical interactions between an achiral T-shaped gold nanoparticle and chiral media in the strong coupling regime, *Optics Communications* (2023) 129726, <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2023.129726>
13. D. Sun, 2 - Cell manipulation tools, In D. Sun, ed., *Robotic Cell Manipulation*, pp. 17–49 (Academic Press, 2022), <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-85259-3.00014-3>.
14. J. Liu *et al.*, Multidimensional entanglement transport through single-mode fiber, *Science Advances* **6** (2020) eaay0837, <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/sciadv.aay0837>
15. S. Wang and W. Guo, Chapter 5 - Structural effect of rock blocks, In S. Wang *et al.*, eds., *Scale-Size and Structural Effects of Rock Materials*, Woodhead Publishing Series in Civil and Structural Engineering, pp. 495–633 (Woodhead Publishing, 2020), <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-820031-5.00005-9>.
16. B. Yang, Chapter 6 - Static analysis of constrained multi-span beams, In B. Yang, ed., *Stress, Strain, and Structural Dynamics* (Second Edition), second edition ed., pp. 183–223 (Academic Press, 2023), <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-818563-6.00018-3>.
17. M. Fernández-Guasti, Vector wave solutions in electrodynamics: the Heaviside-Larmor symmetry and tiered potential invariance, *Phys. Scr.* **98** (2023) 105511, <https://dx.doi.org/10.1088/1402-4896/acf4cc>
18. Z.-C. Ren *et al.*, Generalized Poincaré, *Opt. Express* **23** (2015) 26586, <https://doi.org/10.1364/OE.23.026586>

19. Y. Xunong *et al.*, Hybrid-order Poincaré sphere, *Phys. Rev. A* **91** (2015) 023801, <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.023801>
20. R. A. Silverman, *Modern calculus and analytic geometry* (New York : Macmillan, 1969).
21. M. Fernández-Guasti, Helicity continuity equation for electromagnetic field with sources, *Journal of Modern Optics* **66** (2019) 1265, <https://doi.org/10.1080/09500340.2019.1613578>
22. M. Fernández-Guasti, Tiered structure and symmetry of the electromagnetic equations, *Journal of Modern Optics* **68** (2021) 1265, <https://doi.org/10.1080/09500340.2021.1979117>
23. P. C. Logofătu, Simple method for determining the fast axis of a wave plate, *Optical Engineering* **41** (2002), <https://doi.org/10.1117/1.1519242>
24. J. M. López-Téllez, N. C. Bruce, and O. G. Rodríguez-Herrera, Characterization of optical polarization properties for liquid crystal-based retarders., *Applied optics* **55** (2016) 6025, <https://doi.org/10.1364/AO.55.006025>
25. G. Milione *et al.*, Higher-Order Poincaré Sphere, Stokes Parameters, and the Angular Momentum of Light, *Phys. Rev. Lett.* **107** (2011) 053601, <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.107.053601>
26. N. C. López-Téllez, J. M. Bruce, Stokes polarimetry using analysis of the nonlinear voltage-retardance relationship for liquid-crystal variable retarders., *The Review of scientific instruments* **85** (2014) 033104, <https://doi.org/10.1063/1.4867458>
27. M. Padgett and, R. Bowman, Tweezers with a twist, *Nature Photonics* **5** (2011) 343-348, <https://doi.org/10.1038/nphoton.2011.81>