

PRODUCCION MESONICA DE MESONES**Juan de Oyarzabal****Instituto de Física. Universidad de México
Instituto Nacional de la Investigación Científica****(Recibido: Octubre 15, 1957)****RESUMEN**

Oni bone scias, ke la produktado de pionoj okazas sekve de kolizioj inter diversaj elementaj korpuskloj, kaj tiel ĝis nun ekzistas kelkaj malsimilaj procedoj por tiu produktado, inter kiuj troviĝas precipe la produktprocedoj nomitaj nukleona, fotona, elektrona, multobla kaj plurala, inter aliaj.

Antaŭ nelonge ekaperis eksperimentaj pruvoj pri la ekzisto de nova maniero por produkti la pionojn. Ĝi estas la tiel nomota "mezona produktado", kiu devenas de la interagado inter la pionoj mem kaj la nukleonoj.

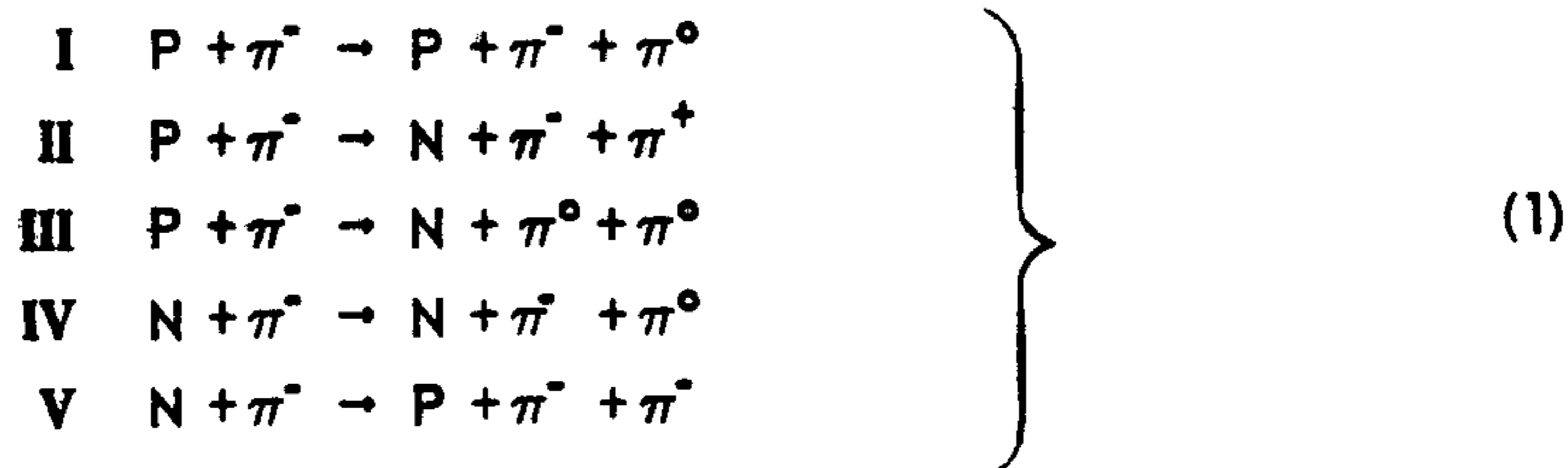
Tie ĉi teorie ni esploras la rezultojn de tiu ĉi nova proceso kaj kalkulas la laŭlarĝajn sekcojn por la produkto de pionoj per pionoj. Ni konsideras ĉiujn mezon-tipojn, tio estas: skalaran kaj vektoran, kaj respektive pseŭdoskalaran kaj pseŭdo - vektoran mezonojn.

Es bien sabido que la producción de mesones π puede ocurrir a consecuencia de colisiones entre diversas partículas siendo los métodos de producción hasta ahora mas conocidos los de colisiones entre nucleones, fotoproducción, producción electrónica, producción múltiple y plural.

Recientemente se ha encontrado evidencia experimental¹⁻⁴ de un nuevo tipo de producción de mesones π originada por la interacción entre los propios piones con nucleones, esto es, el tipo que pudiéramos llamar "producción mesónica de mesones". Algunos casos de este nuevo tipo de producción de mesones han sido estudiados teóricamente^{5,6}.

En este trabajo nos proponemos estudiar el mecanismo de dicha producción de mesones y obtener sus secciones transversales.

Los diferentes procesos que pueden ocurrir en la interacción que consideramos son los siguientes:



existieron además otros cinco procesos que resultan de hacer en (1) las sustituciones $P \leftrightarrow N$ y $\pi^+ \leftrightarrow \pi^-$ y cuyo cálculo es idéntico a los correspondientes de la serie anterior.

Los diagramas de Feynman que pueden describir los procesos antedichos se reducen esencialmente a los tres siguientes: (Figura 1).

En los cuales P_1 y P_2 representan los momentos respectivos del nucleón inicial y final, k_1 el del mesón inicial y k_2 y k_3 los de los mesones finales.

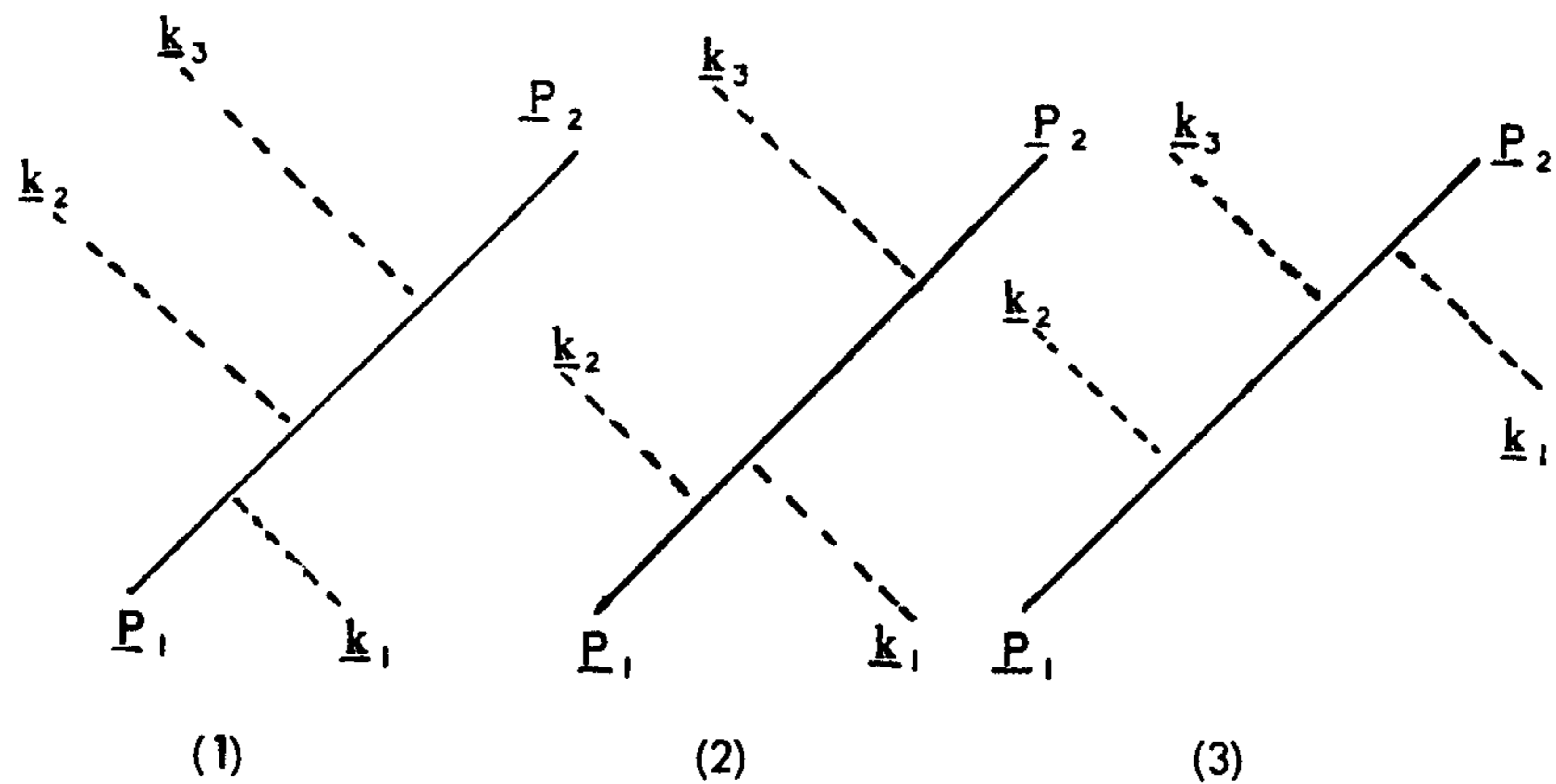


Figura 1

Usamos la notación $\underline{P} = P_\mu \gamma_\mu$ y el sistema de unidades naturales : $\hbar = c = 1$.

En estas condiciones, el elemento de matriz para cualquiera de los cinco procesos señalados en (1) se podrá escribir en la forma general:

$$S = [i(2\pi)^{7/2} (\hbar c)^{3/2}]^{-1} M [8 W_1 W_2 E_1 E_2 E_3] \times \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \quad (2)$$

$$\times \delta (\underline{P}_1 + \underline{k}_1 - \underline{P}_2 - \underline{k}_2 - \underline{k}_3) \bar{u} (P_2) \mathfrak{M}_U (P_1)$$

en la cual W_1 y W_2 representan las energías de los nucleones iniciales y finales y E_1 , E_2 y E_3 las energías del mesón inicial y de los dos mesones finales respectivamente. M habrá de representar la masa nucleónica y μ la mesónica. Los demás elementos que entran en (2) se corresponden con la notación acostumbrada.

La expresión general \mathfrak{M} está dada explícitamente para cada proceso particular por los valores:

$$\left. \begin{aligned}
m_{\text{I}} &= g^2 [g_p M_1 + g_N M_1' + g_p M_2'] \\
m_{\text{II}} &= g^3 [M_1 + M_3'] \\
m_{\text{III}} &= g [g_N^2 (M_1 + M_1') + g_N g_p (M_2 + M_2') + g_p^2 (M_3 + M_3')] \\
m_{\text{IV}} &= g^2 [g_N M_2 + g_N M_3' + g_p M_3] \\
m_{\text{V}} &= g^3 [M_2 + M_2']
\end{aligned} \right\} (3)$$

donde M_1, M_2, M_3 representan las contribuciones respectivas de las tres gráficas de la figura 1 y M_1', M_2', M_3' las que resultarían haciendo en las anteriores expresiones las sustituciones $\underline{k}_2 \rightarrow \underline{k}_3$; g representa la constante de acoplamiento del campo de nucleones con el campo mesónico cargado y g_N y g_p respectivamente las constantes de acoplamiento del campo de neutrón y protón con el campo mesónico neutro.

Las contribuciones al elemento de matriz de las tres gráficas pueden ser calculadas por los métodos ordinarios, obteniéndose los resultados siguientes:

MESON ESCALAR. ACOPLAMIENTO ESCALAR. S(S)

$$\left. \begin{aligned}
M_1 &= (a_1 c_2)^{-1} [\underline{k}_3 \underline{k}_1 + 2M (\underline{k}_3 + \underline{k}_1) + 4M^2] \\
M_2 &= (b_1 c_2)^{-1} [-\underline{k}_3 \underline{k}_2 + 2M (\underline{k}_3 - \underline{k}_2) + 4M^2] \\
M_3 &= (b_1 a_2)^{-1} [\underline{k}_1 \underline{k}_2 - 2M (\underline{k}_1 + \underline{k}_2) + 4M^2]
\end{aligned} \right\} (4a)$$

MESON ESCALR. ACOPLAMIENTO VECTORIAL S(V)

$$\left. \begin{aligned}
M_1 &= \underline{k}_2 \\
M_2 &= \underline{k}_1 \\
M_3 &= \underline{k}_3
\end{aligned} \right\} (4b)$$

MESON PSEUDOSCALAR. ACOPLAMIENTO PSEUDOSCALAR PS(PS)

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= (a_1 c_2)^{-1} \gamma_5 \underline{k}_3 \underline{k}_1 \\ M_2 &= - (b_1 c_2)^{-1} \gamma_5 \underline{k}_3 \underline{k}_2 \\ M_3 &= (b_1 a_2)^{-1} \gamma_5 \underline{k}_1 \underline{k}_2 \end{aligned} \right\} \quad (4c)$$

MESON PSEUDOSCALAR. ACOPLAMIENTO PSEUDOVECTORIAL PS(PV)

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= (a_1 c_2)^{-1} \gamma_5 \left[-2M(4M^2 + a_1 + c_2) \underline{k}_3 \underline{k}_1 + \right. \\ &\quad \left. + (4M^2 + a_1) c_2 \underline{k}_3 - (4M^2 + c_2) a_1 \underline{k}_1 + 2M a_1 c_2 \right] \\ M_2 &= (b_1 c_2)^{-1} \gamma_5 \left[2M(4M^2 + b_1 + c_2) \underline{k}_3 \underline{k}_2 + \right. \\ &\quad \left. + (4M^2 + b_1) c_2 \underline{k}_3 + (4M^2 + c_2) b_1 \underline{k}_2 + 2M b_1 c_2 \right] \\ M_3 &= (b_1 a_2)^{-1} \gamma_5 \left[-2M(4M^2 + b_1 + a_2) \underline{k}_1 \underline{k}_2 - \right. \\ &\quad \left. - (4M^2 + b_1) a_2 \underline{k}_1 + (4M^2 + a_2) b_1 \underline{k}_2 + 2M b_1 c_2 \right] \end{aligned} \right\} \quad (4d)$$

donde se há empleado para abreviar la notación siguiente:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \mu^2 + 2P_1 \cdot k_1 & a_2 &= \mu^2 - 2P_2 \cdot k_1 \\ b_1 &= \mu^2 - 2P_1 \cdot k_2 & b_2 &= \mu^2 + 2P_2 \cdot k_2 \\ c_1 &= \mu^2 - 2P_1 \cdot k_3 & c_2 &= \mu^2 + 2P_2 \cdot k_3 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Las contribuciones al elemento de matriz debidas a las otras tres gráficas se obtienen de las expresiones (4) mediante las sustituciones $\underline{k}_2 \leftrightarrow \underline{k}_3$ y $b \leftrightarrow c$.

Usando los resultados dados por (4) en las expresiones anteriores (3) se obtienen los resultados siguientes:

MESON ESCALAR. ACOPLAMIENTO ESCALAR S(S)

$$\begin{aligned}
 m_I &= g^2 \left[\frac{g_N}{a_1 b_2} \underline{k}_2 \underline{k}_1 + \frac{g_P}{a_1 c_2} \underline{k}_3 \underline{k}_1 - \frac{g_P}{c_1 b_2} \underline{k}_2 \underline{k}_3 + \right. \\
 &+ 2M \left(\frac{g_N}{a_1 b_2} + \frac{g_P}{a_1 c_2} \right) \underline{k}_1 + 2M \left(\frac{g_N}{a_1 b_2} + \frac{g_P}{c_1 b_2} \right) \underline{k}_2 + \\
 &\left. + 2M \left(\frac{g_P}{a_1 c_2} - \frac{g_P}{c_1 b_2} \right) \underline{k}_3 + 4M^2 \left(\frac{g_N}{a_1 b_2} + \frac{g_P}{c_1 b_2} \right) \right] \\
 m_{II} &= g_3 \left[\frac{1}{c_1 a_2} \underline{k}_1 \underline{k}_3 + \frac{1}{a_1 c_2} \underline{k}_3 \underline{k}_1 + 2M \left(\frac{1}{a_1 c_2} - \frac{1}{a_1 a_2} \right) (\underline{k}_1 + \underline{k}_3) + \right. \\
 &\left. + 4M^2 \left(\frac{1}{a_1 c_2} + \frac{1}{c_1 a_2} \right) \right] \\
 m_{III} &= g \left[\frac{g_P^2}{c_1 a_2} \underline{k}_1 \underline{k}_3 + \frac{g_P^2}{b_1 a_2} \underline{k}_1 \underline{k}_2 - \frac{g_N g_P}{c_1 b_2} \underline{k}_2 \underline{k}_3 + \right. \\
 &+ \frac{g_N^2}{a_1 c_2} \underline{k}_3 \underline{k}_1 + \frac{g_N^2}{a_1 b_2} \underline{k}_2 \underline{k}_1 - \frac{g_N g_P}{b_1 c_2} \underline{k}_3 \underline{k}_2 + \\
 &+ 2M \left(\frac{g_N^2}{a_1 b_2} + \frac{g_N^2}{a_1 c_2} + \frac{g_P^2}{b_1 a_2} - \frac{g_P^2}{c_1 a_2} \right) \underline{k}_1 + \\
 &+ 2M \left(\frac{g_N^2}{a_1 b_2} - \frac{g_N g_P}{b_1 c_2} - \frac{g_N g_P}{c_1 b_2} + \frac{g_P^2}{c_1 a_2} \right) \underline{k}_2 + \\
 &+ 2M \left(\frac{g_N^2}{a_1 c_2} + \frac{g_N^2}{a_1 c_2} + \frac{g_N g_P}{b_1 c_2} - \frac{g_P^2}{c_1 a_2} \right) \underline{k}_3 + \\
 &\left. + 4M^2 \left(\frac{g_N^2}{a_1 b_2} + \frac{g_N^2}{a_1 c_2} + \frac{g_N g_P}{b_1 c_2} + \frac{g_N g_P}{c_1 b_2} + \frac{g_P^2}{b_1 a_2} + \frac{g_P^2}{c_1 a_2} \right) \right] \\
 m_{IV} &= g^2 \left[\frac{g_P}{b_1 a_2} \underline{k}_1 \underline{k}_2 + \frac{g_N}{c_1 a_2} \underline{k}_1 \underline{k}_3 - \frac{g_N}{b_1 c_2} \underline{k}_3 \underline{k}_2 - \right. \\
 &\left. - 2M \left(\frac{g_P}{b_1 a_2} + \frac{g_N}{c_1 a_2} \right) \underline{k}_1 - 2M \left(\frac{g_P}{b_1 a_2} + \frac{g_N}{b_1 c_2} \right) \underline{k}_2 + 2M \left(\frac{g_N}{b_1 c_2} - \frac{g_N}{c_1 a_2} \right) \underline{k}_3 + \right.
 \end{aligned} \tag{6a}$$

$$\begin{aligned}
& + 4M^2 \left(\frac{g_p}{b_1 a_2} + \frac{g_N}{b_1 c_2} + \frac{g_N}{c_1 a_2} \right)] \\
m_V = g^3 & \left[-\frac{1}{c_1 b_2} \underline{k}_2 \underline{k}_3 - \frac{1}{b_1 c_2} \underline{k}_3 \underline{k}_2 + 2M \left(\frac{1}{c_1 b_2} - \frac{1}{b_1 c_2} \right) (\underline{k}_2 - \underline{k}_3) + \right. \\
& \left. + 4M^2 \left(\frac{1}{c_1 b_2} + \frac{1}{b_1 c_2} \right) \right] \quad (6a)
\end{aligned}$$

MESON ESCALAR. ACOPLAMIENTO VECTORIAL S(V)

$$\begin{aligned}
m_I &= g^2 (g_N - g_p) \underline{k}_3 \\
m_{II} &= 2g^3 \underline{k}_2 \\
m_{III} &= g^2 (g_N - g_p) \underline{k}_1 \\
m_{IV} &= g^2 (g_p - g_N) \underline{k}_3 \\
m_V &= -2g^3 \underline{k}_1
\end{aligned} \quad (6b)$$

MESON PSEUDOSCALAR. ACOPLAMIENTO PSEUDOSCALAR PS(PS)

$$\begin{aligned}
m_I &= g^2 \left[\frac{g_N}{a_1 b_2} \gamma_5 \underline{k}_2 \underline{k}_1 + \frac{g_p}{a_1 c_2} \gamma_5 \underline{k}_3 \underline{k}_1 - \frac{g_p}{c_1 b_2} \gamma_5 \underline{k}_2 \underline{k}_3 \right] \\
m_{II} &= g^3 \left[\frac{1}{c_1 a_2} \gamma_5 \underline{k}_1 \underline{k}_3 + \frac{1}{a_1 c_2} \gamma_5 \underline{k}_3 \underline{k}_1 \right] \\
m_{III} &= g \left[\frac{g_p^2}{b_1 a_2} \gamma_5 \underline{k}_1 \underline{k}_2 + \frac{g_p^2}{c_1 a_2} \gamma_5 \underline{k}_1 \underline{k}_3 - \frac{g_N g_p}{c_1 b_2} \gamma_5 \underline{k}_2 \underline{k}_3 + \right. \\
& \left. + \frac{g_N^2}{a_1 b_2} \gamma_5 \underline{k}_2 \underline{k}_1 + \frac{g_p^2}{a_1 c_2} \gamma_5 \underline{k}_3 \underline{k}_1 - \frac{g_N g_p}{b_1 c_2} \gamma_5 \underline{k}_3 \underline{k}_2 \right] \quad (6c)
\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
 m_{IV} &= g^2 \left[\frac{g_p}{b_1 a_2} \gamma_5 \underline{k}_1 \underline{k}_2 + \frac{g_N}{c_1 a_2} \gamma_5 \underline{k}_1 \underline{k}_3 - \frac{g_N}{b_1 c_2} \gamma_5 \underline{k}_3 \underline{k}_2 \right] \\
 m_V &= -g^3 \left[\frac{1}{c_1 b_2} \gamma_5 \underline{k}_2 \underline{k}_3 + \frac{1}{b_1 c_2} \gamma_5 \underline{k}_3 \underline{k}_2 \right]
 \end{aligned} \right\} (6c)$$

No escribimos los resultados correspondientes al mesón pseudoscalar con acoplamiento pseudovectorial por su escaso uso practico.

Para calcular ahora la sección diferencial correspondiente a los diferentes procesos, tendremos que calcular los cuadrados de los elementos de matriz (2) promediando sobre el spin del nucleón inicial y sumando sobre el del nucleón final. De esta manera haciendo uso de los conocidos operadores de proyección, se obtiene una expresión: de la forma:

$$|S|^2 = [16 (2\pi)^7 (\hbar c)^3 W_1 W_2 E_1 E_2 E_3]^{-1} H \quad (7)$$

donde

$$H = \frac{1}{4} \text{Trazas} [\bar{u} (\underline{P}_1 + M) \bar{u} (\underline{P}_2 + M)] \quad (8)$$

Al sustituir los valores dados por las ecuaciones (6) en esta última expresión (8), se obtiene siempre como resultado combinaciones lineales de expresiones del tipo:

$$[P || Q] = \frac{1}{4} \text{Trazas} [P (\underline{P}_1 + M) \bar{Q} (\underline{P}_2 + M)] \quad (9)$$

en la que tanto P como Q son: $I, \gamma_5, \underline{k}_a, \underline{k}_a \underline{k}_\beta$ donde a y β y los índices γ y δ que escribimos enseguida pueden tomar los valores 1,2 y 3 correspondientes a los tres posibles mesones.

Los valores particulares de estas expresiones (9) han sido calculado y se exponen en la siguiente tabla:

MESONES ESCALARES

$$\begin{aligned}
 [1 \parallel \mathbf{I}] &= P_1 \cdot P_2 + \mu^2 \\
 [\mathbf{k}_\alpha \parallel \mathbf{I}] &= M(P_1 + P_2) \cdot \mathbf{k}_\alpha \\
 [\mathbf{k}_\alpha \parallel \mathbf{k}_\beta] &= (P_1 \cdot \mathbf{k}_\alpha)(P_2 \cdot \mathbf{k}_\beta) + (P_1 \cdot \mathbf{k}_\beta)(P_2 \cdot \mathbf{k}_\alpha) - \\
 &\quad - [(P_1 \cdot P_2) - M^2] (\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\beta) \\
 [\mathbf{k}_\alpha \mathbf{k}_\beta \parallel \mathbf{I}] &= -(P_1 \cdot \mathbf{k}_\alpha)(P_2 \cdot \mathbf{k}_\beta) + (P_1 \cdot \mathbf{k}_\beta)(P_2 \cdot \mathbf{k}_\alpha) + \\
 &\quad + [(P_1 \cdot P_2) + M^2] (\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\beta) \\
 [\mathbf{k}_\alpha \parallel \mathbf{k}_\beta \mathbf{k}_\gamma] &= M [(P_1 + P_2) \cdot \mathbf{k}_\alpha (\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{k}_\gamma) - (P_1 - P_2) \cdot \mathbf{k}_\beta (\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\gamma) + \\
 &\quad + (P_1 - P_2) \cdot \mathbf{k}_\gamma (\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\beta)] \\
 [\mathbf{k}_\alpha \mathbf{k}_\beta \parallel \mathbf{k}_\gamma \mathbf{k}_\delta] &= \\
 &= (P_1 \cdot \mathbf{k}_\alpha) [-(P_2 \cdot \mathbf{k}_\beta)(\mathbf{k}_\gamma \cdot \mathbf{k}_\delta) - (P_2 \cdot \mathbf{k}_\gamma)(\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{k}_\delta) + (P_2 \cdot \mathbf{k}_\delta)(\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{k}_\gamma)] + \\
 &+ (P_1 \cdot \mathbf{k}_\beta) [(P_2 \cdot \mathbf{k}_\alpha)(\mathbf{k}_\gamma \cdot \mathbf{k}_\delta) + (P_2 \cdot \mathbf{k}_\gamma)(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\delta) - (P_2 \cdot \mathbf{k}_\delta)(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\gamma)] + \\
 &+ (P_1 \cdot \mathbf{k}_\gamma) [-(P_2 \cdot \mathbf{k}_\alpha)(\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{k}_\delta) + (P_2 \cdot \mathbf{k}_\beta)(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\delta) - (P_2 \cdot \mathbf{k}_\delta)(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\beta)] + \\
 &+ P_1 \cdot \mathbf{k}_\delta [(P_2 \cdot \mathbf{k}_\alpha)(\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{k}_\gamma) - (P_2 \cdot \mathbf{k}_\beta)(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\gamma) + (P_2 \cdot \mathbf{k}_\gamma)(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\beta)] + \\
 &+ [(P_1 \cdot P_2) - M^2] [(\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\beta)(\mathbf{k}_\gamma \cdot \mathbf{k}_\delta) + (\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\gamma)(\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{k}_\delta) - (\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\delta)(\mathbf{k}_\beta \cdot \mathbf{k}_\gamma)]
 \end{aligned} \tag{10a}$$

MESONES PSEUDOSCALARES

$$\begin{aligned}
 [\gamma_5 \parallel \bar{\gamma}_5] &= P_1 \cdot P_2 - M^2 \\
 [\gamma_5 \mathbf{k}_\alpha \parallel \bar{\gamma}_5] &= -M(P_1 - P_2) \cdot \mathbf{k}_\alpha \\
 [\gamma_5 \mathbf{k}_\alpha \parallel \bar{\gamma}_5 \mathbf{k}_\beta] &= (P_1 \cdot \mathbf{k}_\alpha)(P_2 \cdot \mathbf{k}_\beta) + (P_1 \cdot \mathbf{k}_\beta)(P_2 \cdot \mathbf{k}_\alpha) - \\
 &\quad - [(P_1 \cdot P_2) + M^2] (\mathbf{k}_\alpha \cdot \mathbf{k}_\beta)
 \end{aligned} \tag{10b}$$

$$\begin{aligned}
[\gamma_S \underline{k}_a \underline{k}_\beta \parallel \overline{\gamma_S}] &= (P_1 \cdot \underline{k}_a) (P_2 \cdot \underline{k}_\beta) - (P_1 \cdot \underline{k}_\beta) (P_2 \cdot \underline{k}_a) + \\
&\quad + [(P_1 \cdot P_2) - M^2] (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\beta) \\
[\gamma_S \underline{k}_a \parallel \overline{\gamma_S \underline{k}_\beta \underline{k}_\gamma}] &= M [(P_2 - P_1) \cdot \underline{k}_a (\underline{k}_\gamma \cdot \underline{k}_\beta) + \\
&\quad + (P_1 + P_2) \cdot \underline{k}_\beta (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\gamma) - (P_1 \cdot P_2) \cdot \underline{k}_\gamma (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\beta)] \\
[\gamma_S \underline{k}_a \underline{k}_\beta \parallel \overline{\gamma_S \underline{k}_\gamma \underline{k}_\delta}] &= \\
&= (P_1 \cdot \underline{k}_a) [(P_2 \cdot \underline{k}_\beta) (\underline{k}_\gamma \cdot \underline{k}_\delta) + (P_2 \cdot \underline{k}_\gamma) (\underline{k}_\beta \cdot \underline{k}_\delta) - (P_2 \cdot \underline{k}_\delta) (\underline{k}_\beta \cdot \underline{k}_\gamma)] + \\
&\quad + (P_1 \cdot \underline{k}_\beta) [-(P_2 \cdot \underline{k}_a) (\underline{k}_\gamma \cdot \underline{k}_\delta) - (P_2 \cdot \underline{k}_\gamma) (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\delta) + (P_2 \cdot \underline{k}_\delta) (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\gamma)] + \\
&\quad + (P_1 \cdot \underline{k}_\gamma) [(P_2 \cdot \underline{k}_a) (\underline{k}_\beta \cdot \underline{k}_\delta) - (P_2 \cdot \underline{k}_\beta) (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\delta) + (P_2 \cdot \underline{k}_\delta) (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\beta)] + \\
&\quad + (P_2 \cdot \underline{k}_\delta) [-(P_2 \cdot \underline{k}_a) (\underline{k}_\beta \cdot \underline{k}_\gamma) + (P_2 \cdot \underline{k}_\beta) (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\gamma) - (P_2 \cdot \underline{k}_\gamma) (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\beta)] - \\
&\quad - [(P_1 \cdot P_2) - M^2] [(\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\beta) (\underline{k}_\gamma \cdot \underline{k}_\delta) - (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\gamma) (\underline{k}_\beta \cdot \underline{k}_\delta) + (\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\delta) (\underline{k}_\beta \cdot \underline{k}_\gamma)]
\end{aligned} \tag{10b}$$

resultando de estas tablas que en la expresión para la sección diferencial que se há de obtener a partir de (7) entrarán solamente productos de las formas; $P_1 \cdot P_2$, $\underline{k}_a \cdot \underline{k}_\beta$, $P_1 \cdot \underline{k}_a$ y $P_2 \cdot \underline{k}_a$.

Para integrar la sección diferencial es conveniente expresarla en el sistema del centro de masa de los dos mesones finales, es decir, aquel en el cual $\underline{k} = \underline{k}_2 + \underline{k}_3 = 0$.

En este sistema la sección total valdrá pues:

$$\begin{aligned}
d\sigma &= \int d^3 \underline{k} \int d^3 P_2 \delta^{(4)} (P_2 + \underline{k} - P_1 - \underline{k}_1) |S|^2 = \\
&= \int E^2 \left(\frac{dE}{dE_f} \right)_{E_i = E_f} |S|^2 d\Omega
\end{aligned} \tag{11}$$

donde E es la energía de cada uno de los dos mesones finales en dicho sistema.

Pero como las energías iniciales y finales son:

$$\left. \begin{aligned} E_i &= E_1 + W_1 \\ E_f &= 2E + W_2 = [(\vec{P}_1 + \vec{k}_1)^2 - M^2]^{\frac{1}{2}} + 2E \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

resultará en definitiva:

$$d\sigma = 2E^2 \int |S|^2 d\Omega \quad (13)$$

Por otra parte:

$$\left. \begin{aligned} k &= [E^2 - M^2]^{\frac{1}{2}} \\ E &= \frac{1}{2} [E_1 + W_1 - (|\vec{P}_1|^2 + |\vec{k}_1|^2 + 2|\vec{P}_1||\vec{k}_1|\cos\alpha + M^2)^{\frac{1}{2}}] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

así es que tanto k como E son constantes e independientes de los ángulos θ y φ .

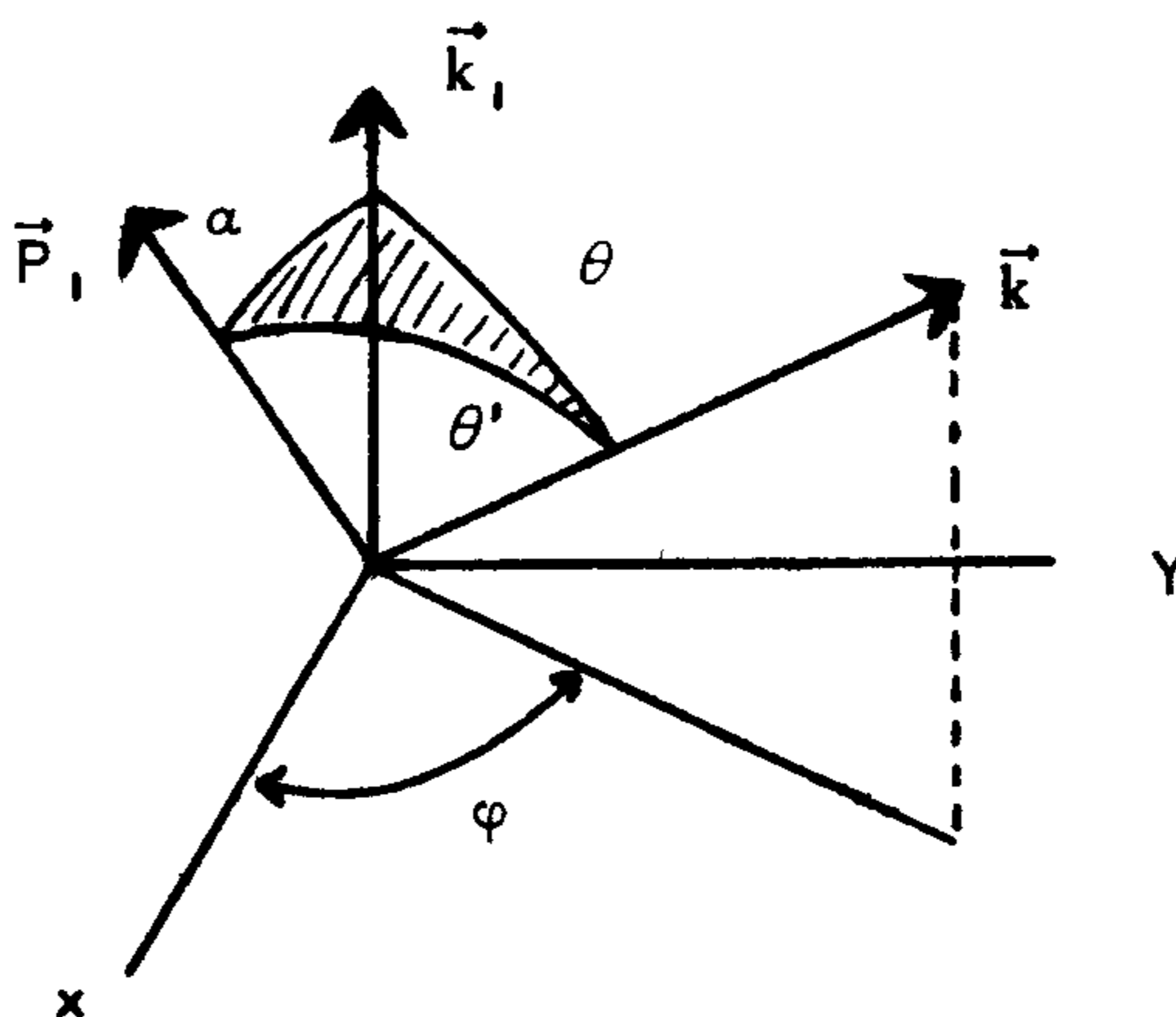


Figura 2

De la figura 2 y de la ley de conservación de momentos

$$\underline{P}_1 + \underline{k}_1 = \underline{P}_2 + \underline{k}_2 + \underline{k}_3 \quad (15)$$

se deduce que todos los productos de momentos de nucleones y mesones se pueden escribir en función de las constantes anteriores y de los ángulos θ y φ . Obteniendo los resultados expresados en la tabla siguiente:

$$\begin{aligned}
 P_1 \cdot k_1 &= P_1 k_1 \cos \alpha - W_1 E_1 \\
 P_1 \cdot k_2 &= P_1 k (\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \cos \varphi) - W_1 E \\
 P_1 \cdot k_3 &= -P_1 k (\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \cos \varphi) - W_1 E \\
 P_1 \cdot k_1 &= P_1 k_1 \cos \alpha + M^2 - W_1 (E_1 + 2E) \\
 P_2 \cdot k_2 &= k (P_1 \cos \alpha + k_1) \cos \theta + P_1 k \sin \alpha \sin \theta \cos \varphi + \\
 &\quad + E(2E - E_1 - W_1) \\
 P_2 \cdot k_3 &= -k (P_1 \cos \alpha + k_1) \cos \theta - P_1 k \sin \alpha \sin \theta \cos \varphi + \\
 &\quad + E(2E - E_1 - W_1) \\
 P_1 \cdot P_2 &= P_1 k_1 \cos \alpha - M^2 + W_1 (2E - E_1) \\
 k_1 \cdot k_2 &= k_1 k \cos \theta - E_1 E \\
 k_1 \cdot k_3 &= -k_1 k \cos \theta - E_1 E \\
 k_2 \cdot k_3 &= -(2E^2 + M^2)
 \end{aligned}
 \tag{16}$$

quedando finalmente expresadas todas las cantidades que entran en (13) en función de las constantes W_1 , E_1 y α .

REFERENCIAS

1. W.D. Walker y J. Crussard y M. Koshiba, Phys.Rev. 95, 852L, (1954)
2. M. Blau y J. Caulton, Phys.Rev. 96, 150 (1954)
3. L.M. Eisberg y otros, Phys.Rev. 97, 797, (1955)
4. L.C.L. Yuan y S.J. Lindenbaum, Phys.Rev. 100, 306, (1955)
5. M.S. Nelson y H.A. Bethe, Phys.Rev. 95, 618A, (1954)
6. S. Barshay, Phys.Rev. 103, 1102, (1956)