

EL EFECTO DEL REFLECTOR EN LOS REACTORES HETEROGENEOS

Fernando E. Prieto C.

Instituto de Física de la Universidad Nacional de México e

Instituto Nacional de la Investigación Científica

(Recibido: Abril 15, 1958)

RESUMEN

The purpose of this paper is to present a method to obtain the amounts of materials in a heterogeneous nuclear reactor with reflector. A one group theory of neutrons is used in conjunction with the homogeneous theory of heterogeneous reactors developed by Medina, to obtain the equations for a cylindrical heterogeneous reactor of finite size surrounded by a reflector. A method is given to solve the equations without assuming the thickness of reflector, which is also calculated. The method is applied to obtain the amounts of materials in some known reactors, and the results are in good agreement with the experimental data.

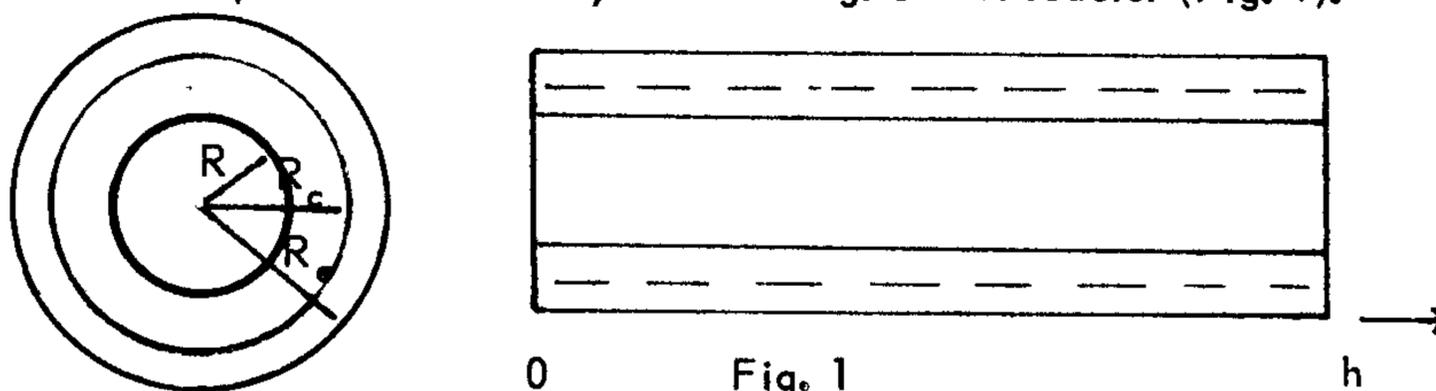
I. INTRODUCCION

El objeto de este trabajo es presentar un método para calcular el efecto del reflector en un reactor heterogéneo de dimensiones finitas, el cual, combinado con la "Teoría homogénea de la pila heterogénea" desarrollada por A. Medina¹, da resultados que concuerdan bastante bien con el experimento.

En los tratamientos usuales del efecto del reflector^{2,3} es muy común limitarse a tratar el caso de un reactor infinito (paralelepípedo o cilindro de longitud infinita), sin embargo, y al contrario de lo que ocurre con el factor de utilización térmica⁴, las dimensiones finitas del reactor tienen, como se verá en la sección II y en los ejemplos numéricos dados en la sección III, un efecto bastante considerable sobre las "Laplacianas" que aparecen como argumentos en la ecuación trascendente que da el radio de la pila con reflector. Por ser el caso con más aplicaciones prácticas, nos limitaremos a tratar el problema de un reactor cilíndrico, y por ser el caso más sencillo, el cálculo se hará con una teoría monogrupal de neutrones.

II. EL EFECTO DEL REFLECTOR

Considérese un reactor heterogéneo cuya Laplaciana "homogeneizada" es α_0^2 , rodeado por un medio reflector de Laplaciana α_1^2 , y sean ϕ_0 y ϕ_1 los flujos de neutrones en el reactor y en el reflector respectivamente, R_c el radio de la pila sin reflector, R_e el radio exterior del reflector, R el radio de la pila con reflector y h la longitud del reactor (Fig. 1).



El problema consiste entonces en resolver el sistema de ecuaciones

$$\Delta \phi_0 + \alpha_0^2 \phi_0 = 0 \quad (1)$$

$$\Delta \phi_1 - \alpha_1^2 \phi_1 = 0 \quad (2)$$

con las condiciones a la frontera

$$\phi_0 \text{ finita en } r = 0 \quad (3)$$

$$(\phi_1)_{R_e} = 0 \quad (4)$$

$$(\phi_0)_R = (\phi_1)_R \quad (5)$$

$$\lambda_{\text{for}} \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial r} \right)_R = \lambda_{\text{for}} \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial r} \right)_R \quad (6)$$

$$(\phi_{0,1})_{z=0} = (\phi_{0,1})_{z=h} = 0 \quad (7)$$

Las soluciones de las ecuaciones (1) y (2) pueden obtenerse por el método usual de separación de variables, y aplicando las condiciones a la frontera (3), (4) y (5) se obtiene

$$\phi_0(r) = A_0 J_0(\kappa_0 r) \operatorname{sen} \frac{\pi z}{h} \quad (8)$$

$$\phi_1(r) = A_1 [K_0(\kappa_1 R_e) I_0(\kappa_1 r) - I_0(\kappa_1 R_e) K_0(\kappa_1 r)] \operatorname{sen} \frac{\pi z}{h} \quad (9)$$

en las que A_0 y A_1 son constantes de integración, y

$$\kappa_0^2 = \alpha_0^2 - \frac{\pi^2}{h^2} \quad (10)$$

$$\kappa_1^2 = \alpha_1^2 + \frac{\pi^2}{h^2} \quad (11)$$

usando ahora las condiciones a la frontera (6) y (7) se obtiene el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} -A_0 J_0(\kappa_0 R) + A_1 [K_0(\kappa_1 R_e) I_0(\kappa_1 R) - \\ -I_0(\kappa_1 R_e) K_0(\kappa_1 R)] = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} A_0 \kappa_0 \lambda_{t_{ot}} J_1(\kappa_0 R) + A_1 \kappa_1 \lambda_{t_{it}} [K_0(\kappa_1 R_e) I_1(\kappa_1 R) + \\ + I_0(\kappa_1 R_e) K_1(\kappa_1 R)] = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

el cual puede resolverse para las constantes A_0 y A_1 si se cumple la condición de que el determinante de los coeficientes sea nulo esto es, si se verifica la ecuación

$$\begin{aligned} J_0(\kappa_0 R) [K_0(\kappa_1 R_e) I_1(\kappa_1 R) + I_0(\kappa_1 R_e) K_1(\kappa_1 R)] \kappa_1 \lambda_{t_{it}} + \\ + J_1(\kappa_0 R) [K_0(\kappa_1 R_e) I_0(\kappa_1 R) - \\ - I_0(\kappa_1 R_e) K_0(\kappa_1 R)] \kappa_0 \lambda_{t_{ot}} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Para resolver esta ecuación numéricamente es más conveniente trabajar con las relaciones R/R_c y R_e/R_c como variables, de modo que introduciendo la notación

$$\kappa^0 = \kappa_0 R_c, \quad \kappa^1 = \kappa_1 R_c \quad (15)$$

la condición (14) puede escribirse en la forma

$$F_0 \left(\frac{R}{R_c} \right) = F_1 \left(\frac{R_e}{R_c}, \frac{R}{R_c} \right) \quad (16)$$

con

$$F_0 (R/R_c) = \frac{J_0 (\kappa^0 R/R_c)}{J_1 (\kappa^0 R/R_c)} \frac{\lambda_{t_{it}} \kappa_1}{\lambda_{t_{ot}} \kappa_0} \quad (17)$$

y

$$F_1 \left(\frac{R_e}{R_c}, \frac{R}{R_c} \right) = \frac{a \left[i H_0^{(1)} \left(i \kappa^1 \frac{R}{R_c} \right) \right] - b J_0 \left(i \kappa^1 \frac{R}{R_c} \right)}{a \left[-H_1^{(1)} \left(i \kappa^1 \frac{R}{R_c} \right) \right] + b \left[-i J_1 \left(i \kappa^1 \frac{R}{R_c} \right) \right]} \quad (18)$$

$$a = J_0 \left(i \kappa^1 \frac{R_e}{R_c} \right) \quad (18a)$$

$$b = i H_0^{(1)} \left(i \kappa^1 \frac{R_e}{R_c} \right) \quad (18b)$$

Dado un valor de R_e/R_c , la ecuación (16) puede resolverse numéricamente para R/R_c .

III. METODO PARA RESOLVER LA ECUACION

La manera como se procede para resolver ecuaciones del tipo (10) consiste generalmente⁴ en suponer un valor para el espesor del reflector $T = R_e - R$ eliminando de esta manera R_e de la ecuación (16), y dejando una ecuación en la que aparece como única incógnita R . El problema se reduce entonces a encontrar el radio crítico para una pila con un espesor dado de reflector. Este método tiene el inconveniente de que se fija arbitrariamente el espesor del reflector, y aún cuando se sabe que éste debe ser de 1.0 o 1.5 veces la longitud de di-

fusión de los neutrones en el medio reflector y es por lo tanto muy fácil determinar el orden de magnitud de T , parece preferible proceder del modo menos arbitrario y más sistemático que se indica a continuación.

Notemos primero que debido al comportamiento general de las funciones que intervienen en (18), y siendo $R_e > R_c > R$, se concluye inmediatamente que se verifican las siguientes desigualdades:

$$J_0\left(i\kappa' \frac{R_e}{R_c}\right) > J_0\left(i\kappa' \frac{R}{R_c}\right) > \left[-iJ_1\left(i\kappa' \frac{R}{R_c}\right)\right] \quad (19)$$

$$-H_1^{(1)}\left(i\kappa' \frac{R_e}{R_c}\right) > iH_0^{(1)}\left(i\kappa' \frac{R}{R_c}\right) > iH_0^{(1)}\left(i\kappa' \frac{R_e}{R_c}\right) \quad (20)$$

en consecuencia, tanto en el numerador como en el denominador de (18) los primeros términos son siempre mayores que los segundos. Mas aún, debido al hecho de que $iH_0^{(1)}(ix)$ decrece muy rápidamente para valores crecientes del argumento, los segundos términos son siempre muy pequeños comparados con los primeros, y cuando se aumenta R_e/R_c dejan muy rápidamente de tener una influencia apreciable sobre los mismos. En estas condiciones la función F_1 deja de depender de R_e/R_c y la ecuación (16) puede resolverse para R/R_c sin ninguna dificultad.

Las consideraciones anteriores sugieren inmediatamente un método sistemático para resolver la ecuación (16) sin necesidad de suponer el espesor del reflector. El método consiste en estimar primero el valor de R_e para el cual el reflector se comporta prácticamente como un reflector infinito. Este valor se obtiene de la condición de que

$$iH_0^{(1)}\left(i\kappa' \frac{R_e}{R_c}\right) = 0.00 \dots \quad (21)$$

sea nula al número de cifras necesario para que $R_e/R_c > 1$, entonces (18)

se reduce a

$$F_1 \left(\frac{R_\infty}{R_c}, \frac{R}{R_c} \right) = \frac{i H_0^{(1)} \left(i \kappa \sqrt{\frac{R}{R_c}} \right)}{-H_1^{(1)} \left(i \kappa \sqrt{\frac{R}{R_c}} \right)}. \quad (22)$$

Se resuelve después la ecuación (16) con F_0 y F_1 dadas por (17) y (22), la solución de esta ecuación da el radio R_r para el reactor con reflector.

Para obtener el espesor mínimo de reflector se resuelve la ecuación (16) con la forma completa (18) de F_1 , dándole a R_e/R_c valores ligeramente menores que R_∞/R_c , hasta obtener el valor mínimo de R_e/R_c para el cual la solución de (16) da un valor de R/R_c igual al obtenido con el reflector infinito, y de esta manera se obtiene el radio del reactor con un espesor mínimo de reflector que se comporta como reflector infinito.

IV. COMPARACION CON EL EXPERIMENTO

A continuación se indican los resultados obtenidos aplicando el método desarrollado en las secciones anteriores para calcular el radio y el espesor del reflector de algunos reactores construidos. Los valores de las constantes físicas y del radio R_c del reactor sin reflector, fueron calculados usando la teoría de Medina¹ introduciendo además algunas correcciones de teoría de transporte⁵, y están dados en la tabla 1.

Nótese desde luego, por comparación de los valores correspondientes de a^2 y κ^2 , la influencia tan notable de las dimensiones finitas del reactor sobre los argumentos de las funciones que intervienen en la ecuación (16).

En la tabla 2 se indican las soluciones de la ecuación (16) para diversos espesores del reflector. Los números señalados con un asterisco corresponden a las dimensiones de la pila construida. En los casos de los reac-

tores Gleep y Bepo se indica únicamente el dato de las pilas construídas porque estos corresponden también al del reflector infinito.

TABLA 1

Reactor	λ_{tot}	λ_{inf}	$\alpha_0^2 \times 10^4$	$\alpha_1^2 \times 10^4$	$\kappa_0^2 \times 10^4$	$\kappa_1^2 \times 10^4$	R_c (cm)
Bepo ⁶	2.742	2.754	0.857	4.185	0.592	4.45	313
Gleep ⁷	2.742	2.754	0.835	4.185	0.475	4.545	349.3
Kjeller ⁸	2.595	2.754	6.190	4.185	3.455	6.920	129.6
Chatillon ⁹	2.588	2.754	6.835	4.185	3.685	7.335	125.3

TABLA 2

Reactor	$\frac{R_0}{R_c}$	$\frac{R}{R_c}$	$i H_0^{(1)} \left(i \kappa_1 \frac{R_0}{R_c} \right)$	$F_0 \left(\frac{R}{R_c} \right)$	$F_1 \left(\frac{R_0}{R_c}, \frac{R}{R_c} \right)$
Bepo	1.113*	0.869	0.0000	0.930	0.942
Gleep	1.250*	0.872	0.0000	0.911	0.931
Kjeller	1.700	0.758	0.000	0.843	0.846
	1.500	0.758	0.002	0.843	0.845
	1.310*	0.758	0.004	0.843	0.842
	1.100	0.760	0.009	0.835	0.839
Chatillón	1.750	0.757	0.000	0.847	0.847
	1.600	0.757	0.001	0.847	0.846
	1.435*	0.757	0.002	0.847	0.846
	1.300	0.760	0.004	0.831	0.837

En los casos de los reactores de Kjeller y Chatillón, se ve que partiendo del valor R_{∞} basta hacer el cálculo para unos cuantos valores de R_g/R_c para encontrar él que corresponde a un espesor mínimo de reflector.

En la Tabla 3 se indican las cantidades de material y las dimensiones del reactor calculadas con los datos anteriores, así como los valores correspondientes para las pilas construídas. Las masas están dadas en toneladas, y las dimensiones en centímetros. El combustible es en unos casos uranio (U) y en otros óxido de uranio (UO_2), el moderador es grafito (C) ó agua pesada (D_2O), el reflector es en todos los casos grafito.

En cada columna el primer valor que se indica es el teórico y el segundo el experimental.

TABLA 3

Reactor	Masa del Combustible	Masa del Moderador	Radio del Reactor	Espesor del Reflector
Bepo (C, U_{nat})	40.3 40.0	820 850	307 305	89.0 91.5
Gleep (C, U_{nat})	34 33	497 505	304 286	132 150
Kjeller (D_2O , U_{nat})	2.15 2.16	6.29 6.82	98.2 100	71.3 70
Chatillón (D_2O , UO_2)	3.79 3.55	5.05 4.52	95 90	85 90

Debido a la carencia de datos sobre la reactividad de estas pilas, los cálculos se hicieron suponiendo valores que posiblemente no correspondan

a los de las pilas construídas, y posiblemente de aquí provengan las ligeras discrepancias entre los datos calculados y los experimentales, aunque éstas pueden también deberse al método empleado para el cálculo de las constantes físicas y al hecho de que se usó una teoría monogrupal de neutrones para calcular el efecto del reflector; de cualquier manera, el método es suficiente para obtener por lo menos una estimación bastante aproximada de las cantidades de material y de las dimensiones de un reactor.

REFERENCIAS

1. A. Medina Congreso de la Soc. Mex. de Fis. Querétaro, México (1952), Rev. Mex.Fis. Vol. III, No. 2, (1954)
2. Soodak y Campbell, Elementary Pile Theory, J. Wiley y Sons, p 51 (1950)
3. Glasstone y Edland, Nuclear Reactor Theory, D. Van Nostrand Co. p. 225 (1952)
4. F. E. Prieto y J. de Oyarzabal, Congreso de la Sociedad Mexicana de Física Querétaro, México (1952)
5. F. E. Prieto, Reportes al Instituto Nacional de la Investigación Científica (inédito)
6. Nucleonics, 8, No. 6, 36 (1951)
7. Nucleonics, 8, No. 3, 3 (1951)
8. Nucleonics, 9, No. 5, (1951)
9. Jour,Phys.et Rad. 12, No. 7, 751 (1951)