

## LATICES DE URANIO NATURAL Y AGUA ORDINARIA

F. E. Prieto\*†

Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México

G. S. de Oyarzabal †

† Instituto Nacional de la Investigación Científica

(Recibido: 30 Diciembre 1960)

## RESUMEN

*The purpose of this paper is to present the results of a first order nuclear calculation for over one hundred natural uranium-light water subcritical lattices. Calculations were performed for hexagonal geometry (figures 1,2). The number of fission neutrons per captured thermal neutron was taken as  $\eta = 1.327$ ; the thermal utilization factor and the resonance escape probability were obtained with the usual formulas (figures 3, 4), and for the fast fission factor the formula given by Tavernier<sup>9</sup> was used (figure 5). Thereafter the infinite multiplication constant was obtained with the well known four-factor formula (figures 6 to 10). For the migration area a formula proposed also by Tavernier<sup>9</sup> was used (figure 11). Afterward the material and geometrical buckling as well as the external dimensions were obtained (figures 12 to 14). Calculated values for the infinite multiplication constant, migra-*

---

\* Comisión Nacional de Energía Nuclear

*tion area and material buckling are in good agreement with some reported experimental values. Curves were drawn relating uranium masses to amplification (figures 15 to 23) and the effect of a light-water reflector was estimated (figures 24, 25). Finally uranium masses were adjusted to the conditions of hexagonal geometry (figures 26 to 28).*

## 1 INTRODUCCION

El propósito de este trabajo es presentar los resultados del cálculo de lattices subcríticas de agua ordinaria y uranio natural. El cálculo se hizo para geometría exagonal usando una aproximación a primer orden, se obtuvo primero la constante de reproducción infinita usando la bien conocida fórmula de los cuatro factores; para el número de neutrones producidos por absorción de un neutrón térmico se usó el valor  $\eta = 1.327$ , para el factor de utilización térmica y la probabilidad de escape a la resonancia se usaron las fórmulas convencionales y para el factor de fission rápida se usó la fórmula semiempírica de Tavernier. Se calculó después la Laplaciana usando para el área de migración los valores calculados con la fórmula semiempírica de Tavernier. Tanto para la constante de reproducción infinita, como para la Laplaciana, los valores calculados concuerdan razonablemente con los valores experimentales medidos en algunos reactores. Se calcularon después las cantidades de uranio necesarias para obtener una amplificación dada para cada lattice, y se hizo una estimación del efecto del reflector de agua. Finalmente se ajustaron las cantidades de uranio a las condiciones de la geometría exagonal de la lattice.

## 2 CONSTANTE DE REPRODUCCION INFINITA

Como se ha indicado en la introducción, el cálculo se hizo para un arreglo exagonal de las barras de combustible; la notación usada se indica en la figura 1. Los valores de las constantes físicas y nucleares que se usaron para el cálculo están indicados en la Tabla I<sup>1</sup>.

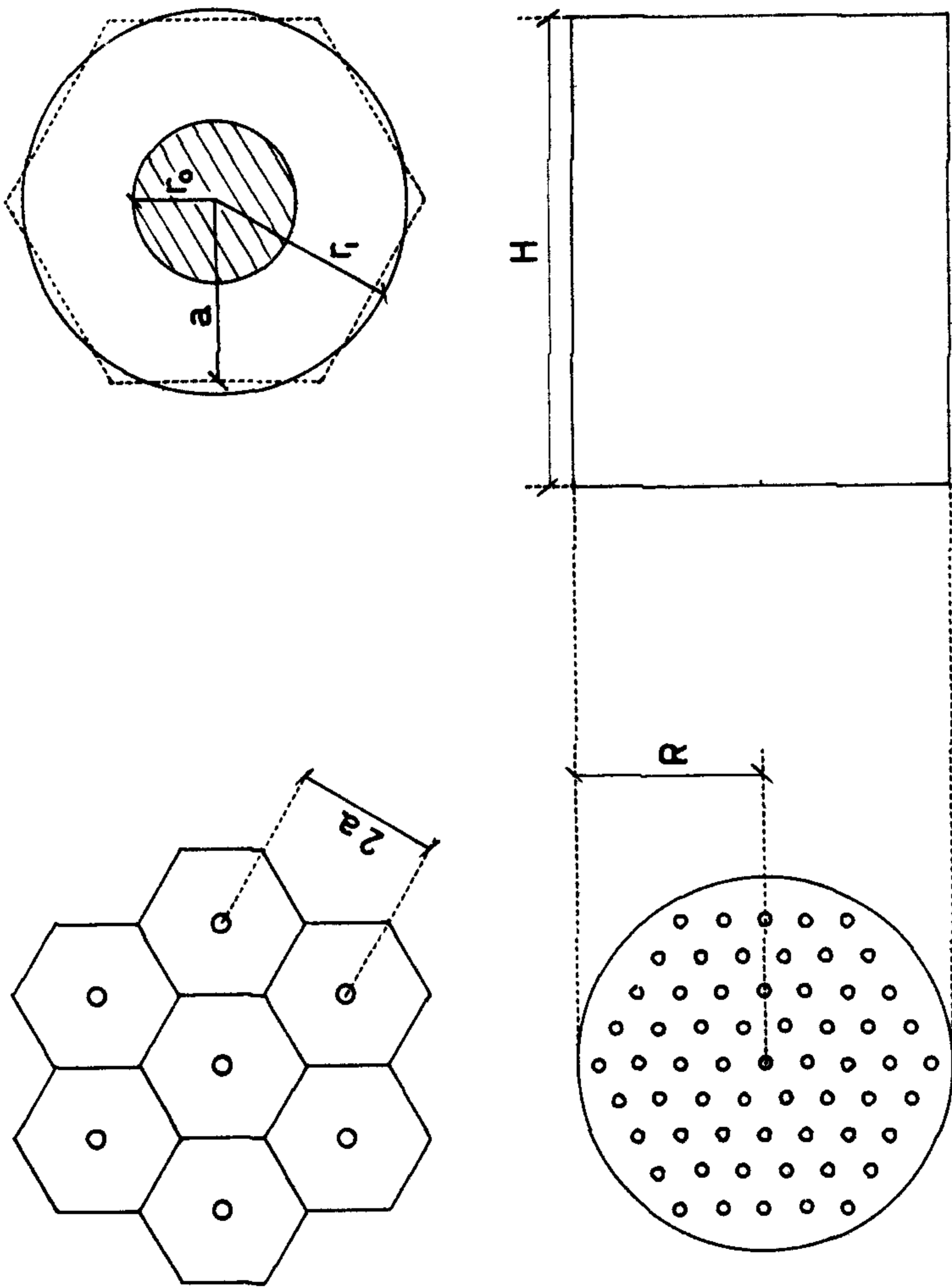


Figura 1

Notación: "a" pasos de la latiz exagonal;  $r_0$  radio de la barra de uranio;  $r_1$  radio de la celda equivalente,  $R$  radio externo de la latiz;  $H$  altura de la latiz.

Constante	Uranio	Agua
$\rho$	18.80	1.00
$\mu_0$	0.0028	0.324
$\xi$	0.0034	0.948
$N$	$4.75 \times 10^{22}$	$0.0335 \times 10^{24}$
$\sigma_a$	7.58	0.66
$\sigma_s$	8.30	103.00
$\sigma_t$	15.98	103.66
$\Sigma_a$	0.365	0.022
$\Sigma_s$	0.394	3.45
$\Sigma_t$	0.758	3.47
$\lambda_a$	2.740	45.0
$\lambda_s$	2.540	0.290
$\lambda_t$	1.320	0.290
$\sigma_f$	4.180	
$\sigma_c$	3.500	
$L_{th}$	1.370	2.730
$\kappa$	0.730	0.366
$L$	0.666	116

TABLA I  
CONSTANTES NUCLEARES

En el texto, el símbolo de cada constante lleva un índice "0" cuando se refiere al uranio, y un índice "1" cuando se refiere al agua.

Antes de proceder con la secuela del cálculo es conveniente hacer algunos comentarios respecto a los parámetros que se usaron. Es inmediato que  $r_0$ , el radio de la barra de combustible, es uno de los parámetros que deben considerarse, pero el otro parámetro puede tomarse bien como  $r_1$ , el radio de la celda equivalente, o como  $r_v = V_{H_2O} / V_U$ , la relación del volumen del moderador al del combustible. Sin embargo, tomar  $r_1$  como parámetro tiene la desventaja de que se requiere casi el doble de cálculos para obtener la misma información que se obtiene usando  $r_v$  como parámetro. Por esta razón se usaron  $r_0$  y  $r_v$  como parámetros;  $r_0$  se varió de

decimal en decimal desde 1.00 cm hasta 2.00 cm, y  $r_v$  se varió de decimal en decimal de 1.30 a 2.00 y también se calculó para 2.50 y 3.00, lo cual permitió una fácil y segura interpolación gráfica para valores intermedios de  $r_v$  entre 2.00 y 3.00.

La figura 2 muestra las curvas de  $r_1$  como función de  $r_v$  para  $r_0$  constante así como la región en que se variaron los parámetros,  $r_0$  entre 1.00 y 2.00,  $r_v$  entre 1.30 y 3.00 y  $r_1$  entre 1.50 y 4.00. Se advierte también que para cada valor de  $r_0$ , el intervalo de variación de  $r_1$  es diferente y se va desplazando hacia valores mayores para  $r_0$  creciente.

Para la constante de reproducción infinita ( $k_\infty$ ), se usó la fórmula de los cuatro factores

$$k_\infty = \eta f p \epsilon \quad (1)$$

en la que  $\eta$  es el número de neutrones producidos por la absorción de un neutrón,  $f$  el factor de utilización térmica,  $p$  la probabilidad de escape a la resonancia y  $\epsilon$  el factor de fisión rápida.

El valor de  $\eta$  varía considerablemente según la técnica de medida utilizada; la Tabla 2 muestra algunos de los valores reportados en la Conferencia de Ginebra de 1955

$\eta$	Autor
1.315	Kaplan <sup>2</sup>
1.327	Kouts <sup>3</sup>
1.341	Burgov <sup>4</sup>
1.337	Spivak <sup>5</sup>
1.299	Horowitz <sup>6</sup>
1.313	Horowitz <sup>6</sup>
1.327	Horowitz <sup>6</sup>

Tabla II  
VALORES DE  $\eta$

En este trabajo se usó el valor



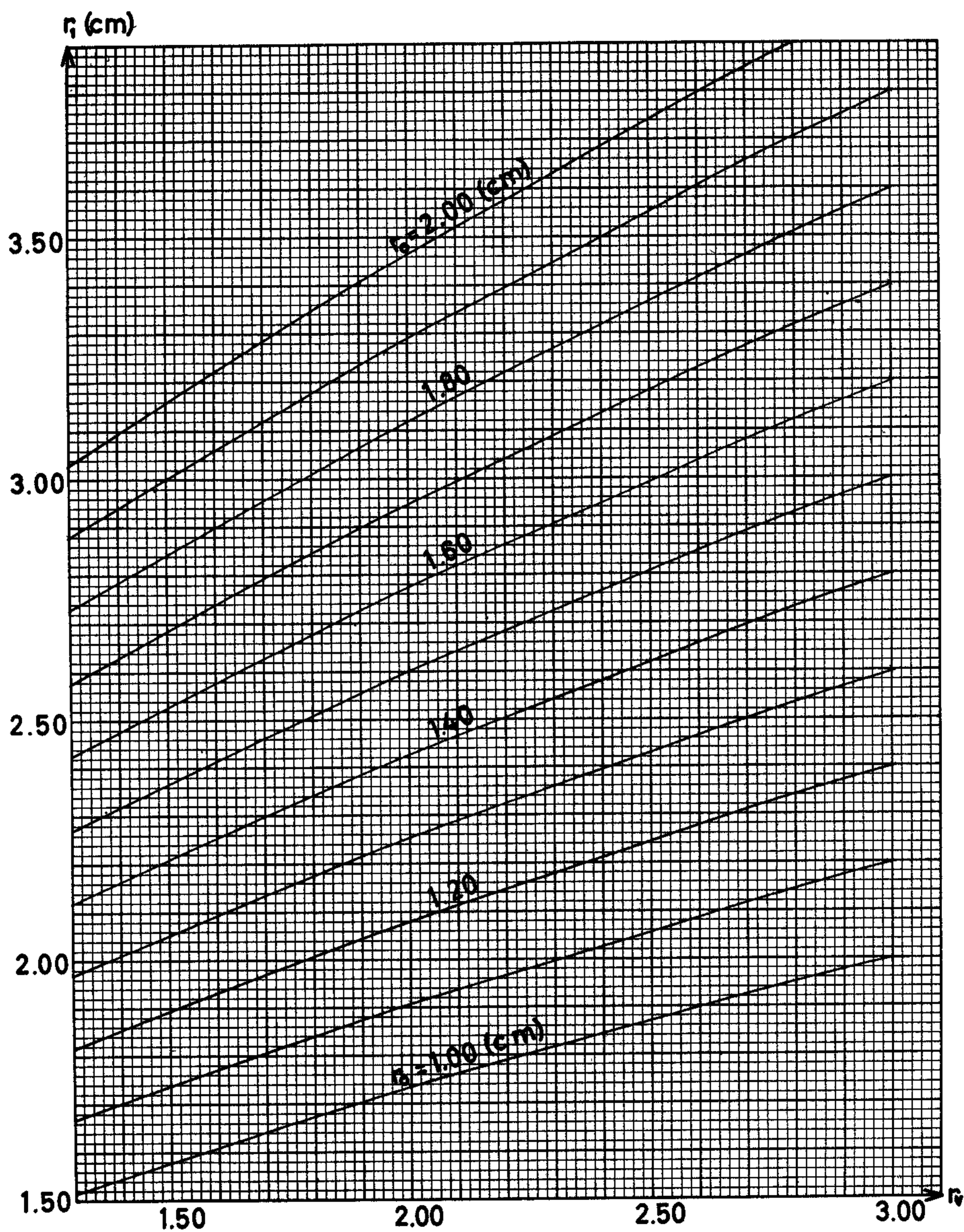


Figura 2  
 Radio  $r_1$  de la celda equivalente como función de la relación de volúmenes  $r_v = V_{H_2O} / V_U$  para radio  $r_0$  de la barra de uranio constante.



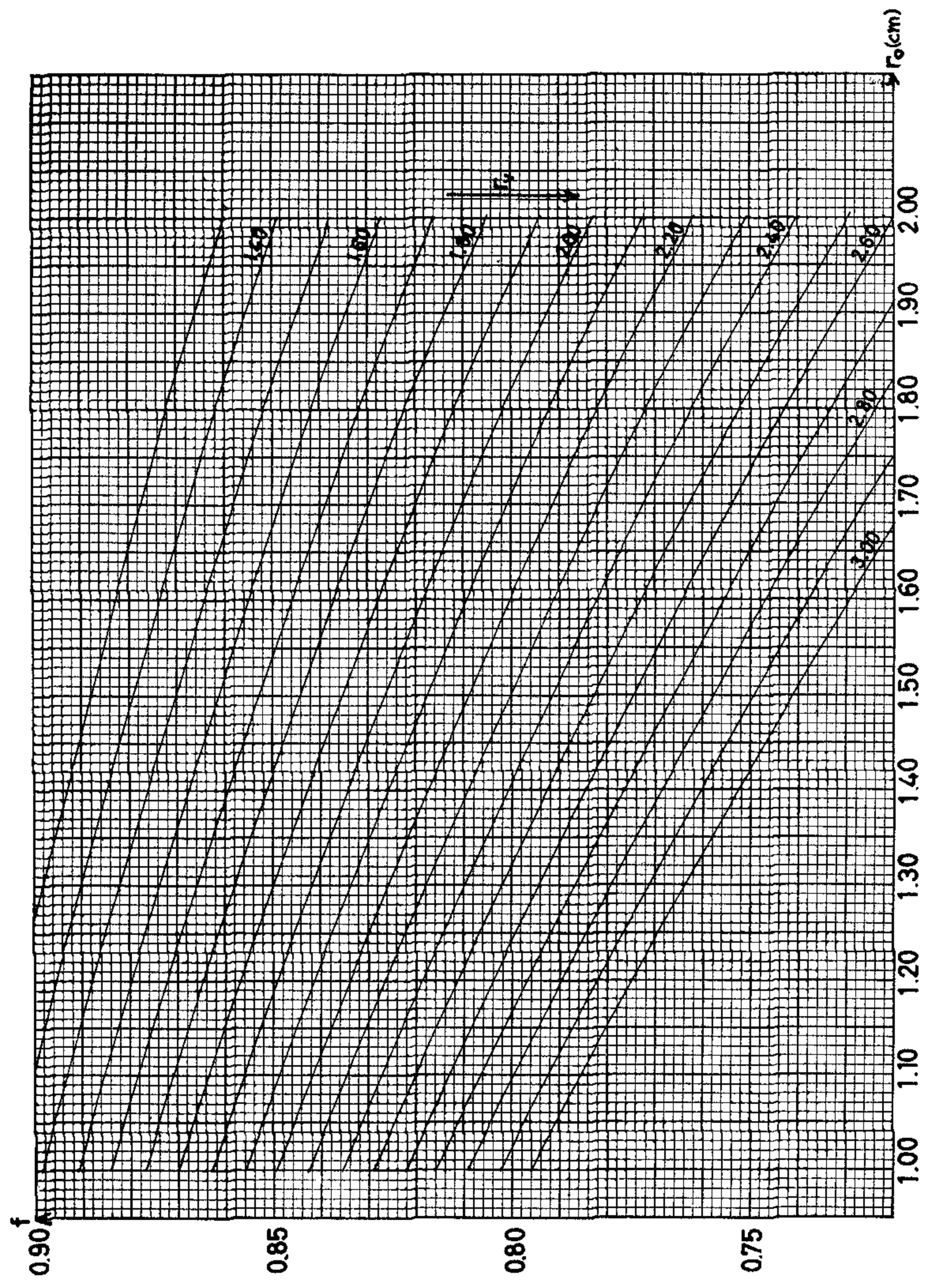


Figura 3  
 Factor de utilización térmica  $f$  como función del radio  $r_0$  de la barra de uranio para relación volumétrica  $k_v = V_{H_2O}/V_U$  constante.

$$\eta = 1.327 \quad (2)$$

El factor de utilización térmica se calculó con la fórmula convencional para geometría cilíndrica<sup>7</sup>

$$\frac{1}{f} = \frac{\sum a_1}{\sum a_0} \frac{\kappa_0 r_0}{2} r_v F + \frac{\kappa_1 r_0}{2} (r_v - 1) E \quad (3)$$

en la que

$$r_v = \frac{V_1}{V_0} \quad (4)$$

$$E = \frac{I_1(\kappa_1 r_1) K_0(\kappa_1 r_0) + I_0(\kappa_1 r_0) K_1(\kappa_1 r_1)}{I_1(\kappa_1 r_1) K_1(\kappa_1 r_0) - I_1(\kappa_1 r_0) K_1(\kappa_1 r_1)} \quad (5)$$

$$F = \frac{I_0(\kappa_0 r_0)}{I_1(\kappa_0 r_0)} \quad (5)$$

En la figura 3 se muestran las gráficas de  $f$  contra  $r_0$  para  $r_v$  constante. Se advierte que para  $r_v$  constante,  $f$  disminuye con  $r_0$  creciente, y que para  $r_0$  constante  $f$  disminuye para  $r_v$  creciente.

La probabilidad de escape a la resonancia se calculó con la fórmula<sup>8</sup>

$$p = \exp \left[ - \frac{N_0 I_{ef}}{\xi \sum_1 r_v} \right] = \exp \left[ - \frac{N_0 I_{ef}}{1.260} \right] \quad (7)$$

en la que

$$I_{ef} = \left[ 2.80 + 25 \sqrt{\frac{S}{M}} \right] \times 10^{-24} \quad (8)$$



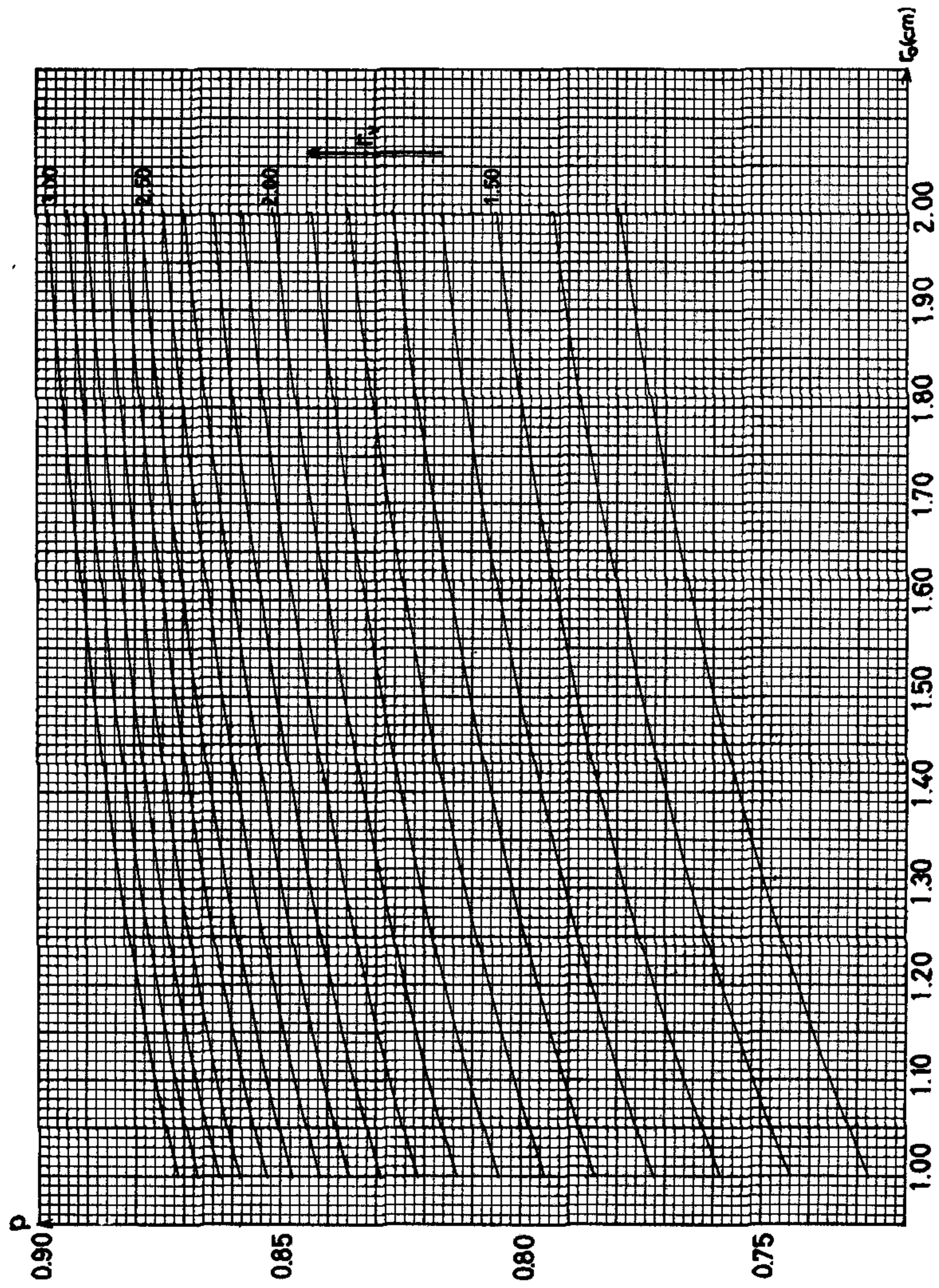


Figura 4  
 Probabilidad de escape a la resonancia  $p$  como función del radio  $r_0$  de la barra de uranio para relación volumétrica  $v_v = v_{u,p}/v_U$  constante.

La figura 4 muestra las gráficas de  $p$  contra  $r_0$  para  $r_v$  constante. El comportamiento de  $p$  es opuesto al de  $f$ , para  $r_v$  constante  $p$  crece para valores crecientes de  $r_0$ , y para  $r_0$  constante  $p$  crece para valores crecientes de  $r_v$ .

El factor de fisión rápida se calculó usando la fórmula semiempírica de Tavernier<sup>9</sup>

$$\epsilon = 1 + 0.557 [0.052 + 0.122/r_v] \quad (9)$$

establecida a partir de los resultados experimentales de Kouts<sup>10</sup>, Krautz y Smith.<sup>11</sup> Según Tavernier, esta fórmula es válida para  $r_0 = 0.50, 0.75$  y  $1.00$  cm, y parece que puede aplicarse también para  $r_0 = 1.50$  cm. En este trabajo se ha supuesto la validez de la fórmula para toda la gama de valores estudiada, hasta  $r_0 = 2.0$  cm.

La gráfica de la figura 5 es la de  $\epsilon$  como función de  $r_v$  propuesta por Tavernier. Se muestran también en esta figura algunos de los puntos experimentales de Kouts<sup>3,12</sup> para uranio ligeramente enriquecido y se ve que la concordancia con los valores calculados con la fórmula de Tavernier es bastante satisfactoria, pero puesto que los valores experimentales se obtuvieron con uranio ligeramente enriquecido, si se usa la fórmula (9) para uranio natural, se está haciendo implícitamente la suposición de que dicha fórmula es válida también en este caso. Puede advertirse también que los valores de  $\epsilon$  son bastante mayores que los adoptados usualmente ( $\sim 1.03$ ), y esto tiene una influencia decisiva sobre los valores de  $k_{\infty}$ , como se verá a continuación.

Las gráficas de las figuras de 6 y 7 son las de  $k_{\infty}$  contra  $r_v$  para  $r_0$  constante. Todas ellas muestran un máximo dentro del intervalo de variación considerado para  $r_v$ ; el valor máximo de  $k_{\infty}$  aumenta para valores decrecientes de  $r_0$  y su posición se desplaza hacia valores cada vez mayores de  $r_v$  también para valores decrecientes de  $r_0$ . En la figura 6 están indicados algunos valores experimentales<sup>13, 14</sup> para  $r_0 = 1.00$  cm y  $r_0 = 1.40$  cm; a pesar de que la concordancia de los valores experimentales con las curvas teóricas no es perfecta, las diferencias caen razonablemente dentro de los límites de los errores experimentales y lo mismo puede decirse de los valores experimentales<sup>13, 15</sup> para  $r_0 = 1.50$  cm indicados en la figura 7.



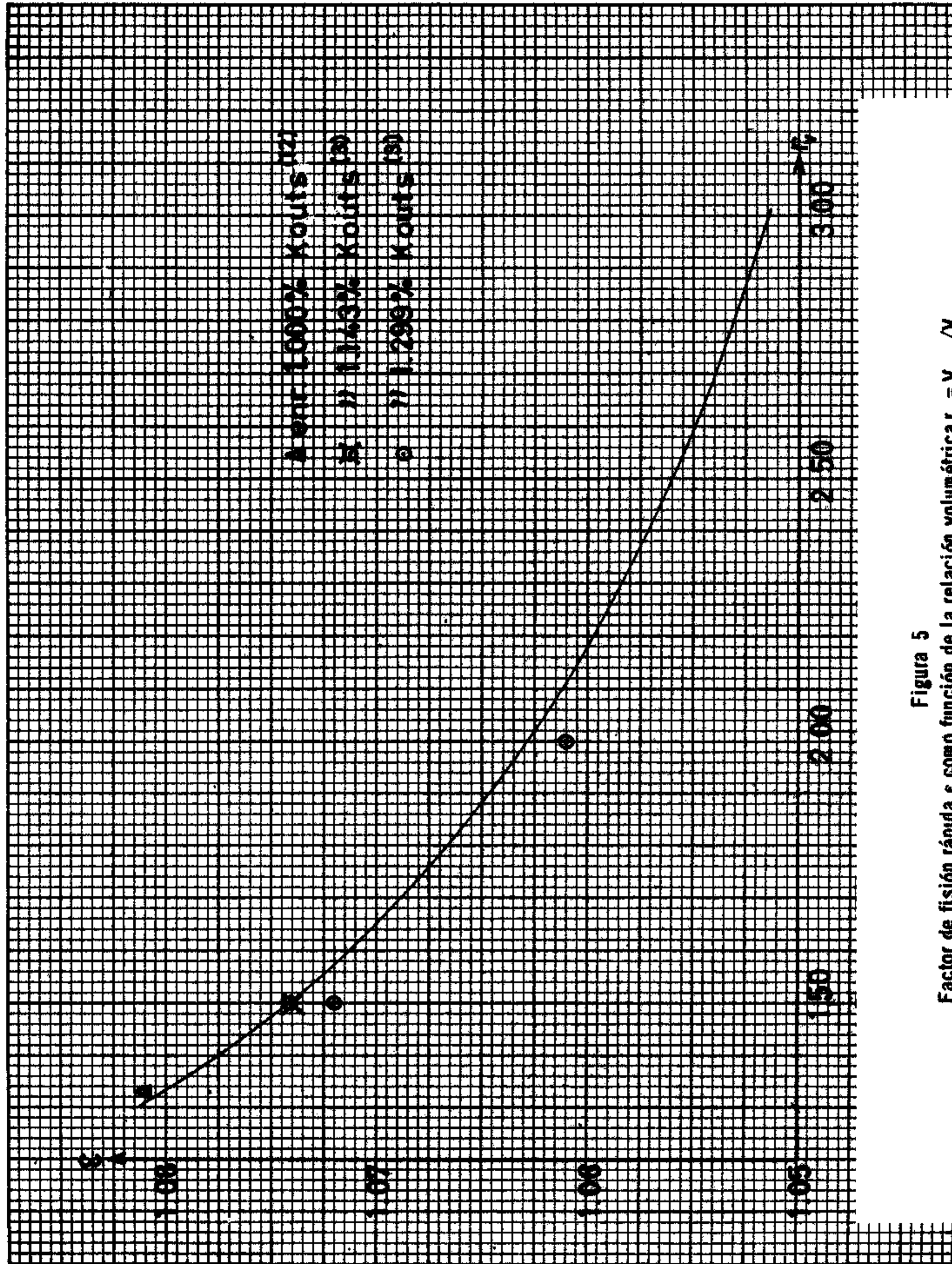


Figura 5  
 Factor de fisión rápida e como función de la relación volumétrica  $k_v = V_{H_2O}/V_U$   
 según la fórmula semiempírica de Tavemier?



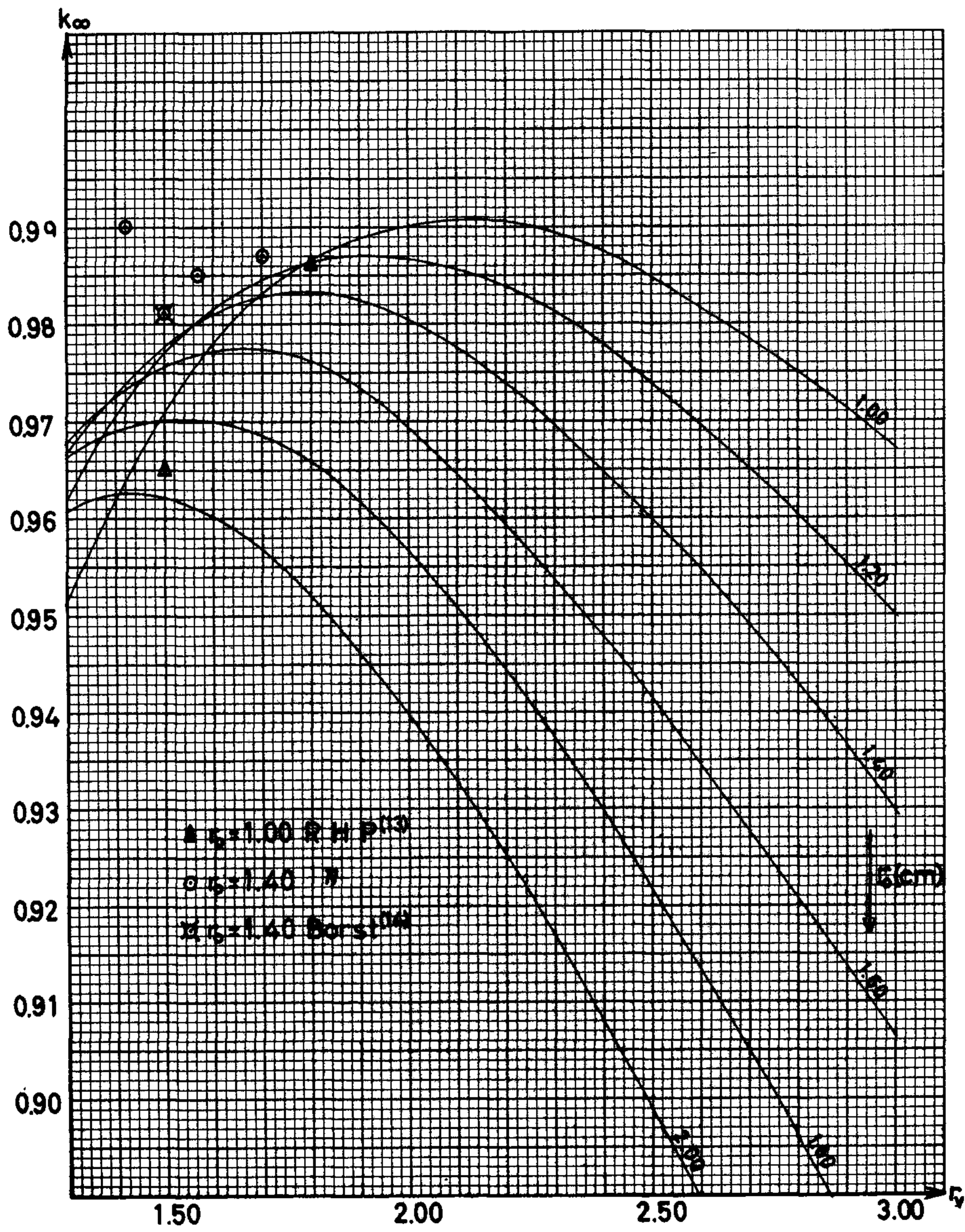


Figura 6  
 Constante de reproducción infinita  $k_{\infty}$  contra relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$   
 para radio  $r_0$  de la barra de uranio constante.



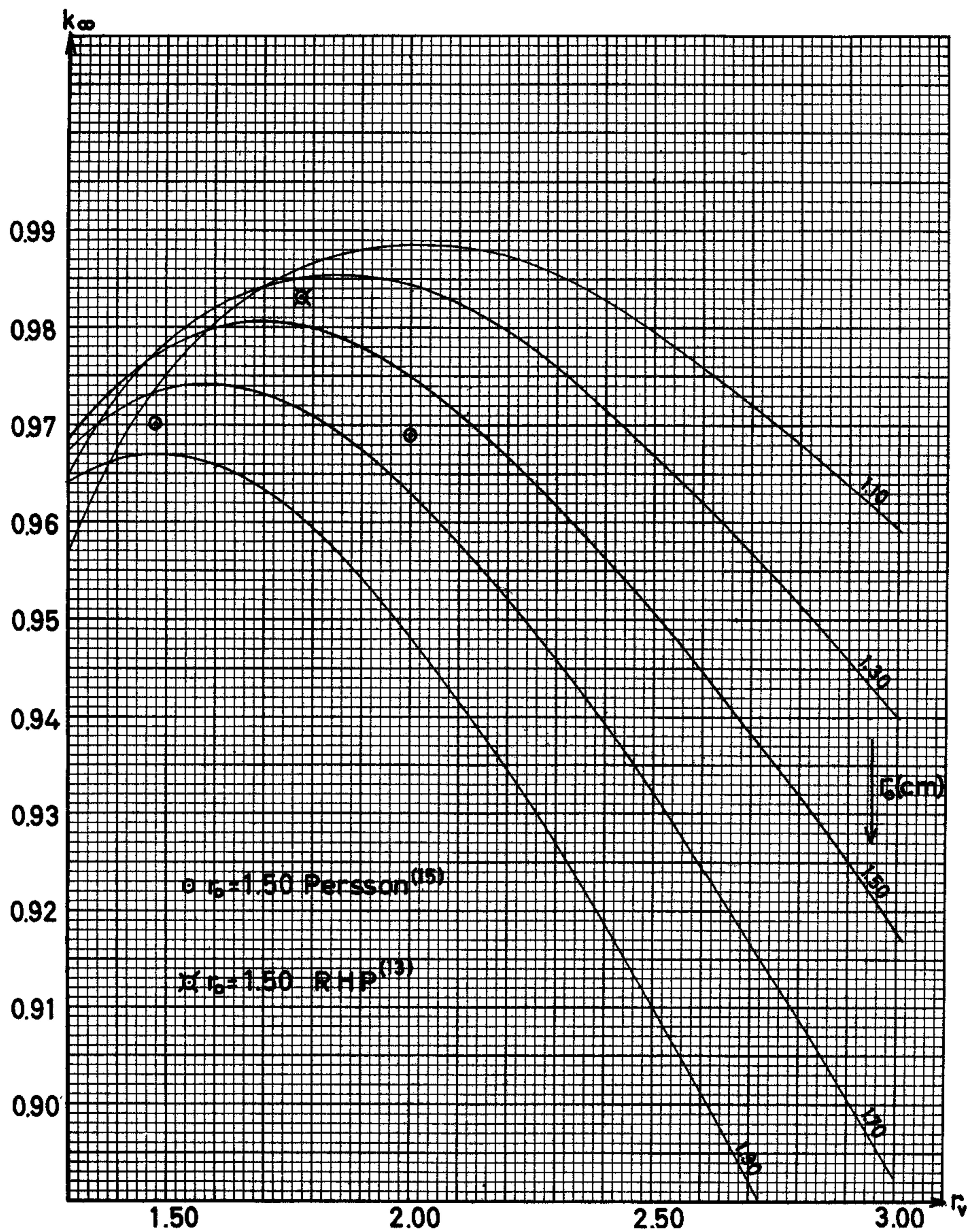


Figura 7  
 Constante de reproducción infinita  $k_{\infty}$  contra relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$   
 para radio  $r_0$  de la barra de uranio constante.



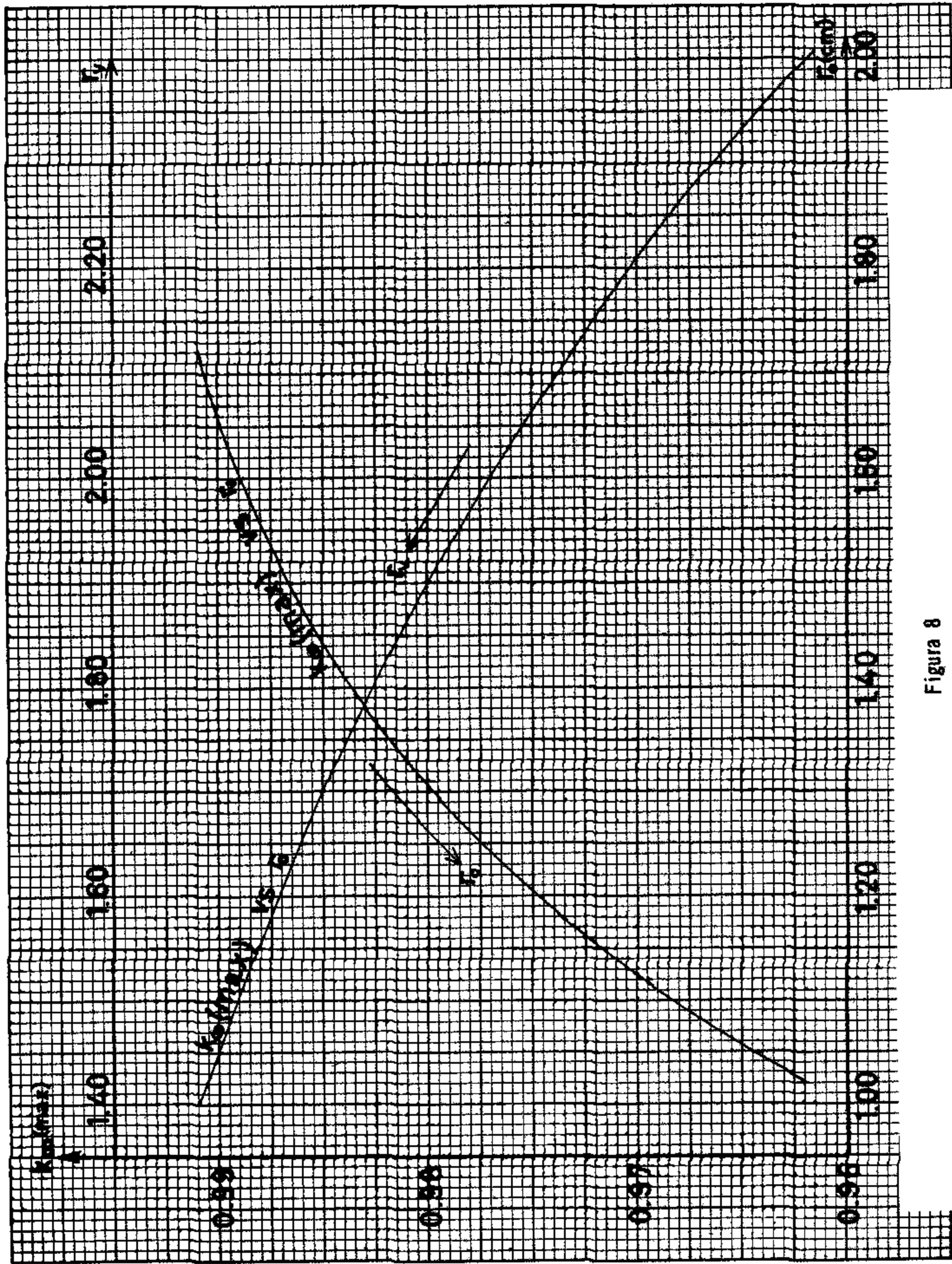


Figura 8  
 Valor máximo de la constante de reproducción infinita  $k_{\infty}(\max)$  como función del radio  $\rho_0$  de la barra de uranio y como función de la relación volumétrica  $V = V_{H_2O}/V_U$



En la figura 8 se tienen las gráficas de  $k_{\infty}$  máxima contra  $r_0$  para  $r_1$  como parámetro sobre la curva, y de  $k_{\infty}$  máxima contra  $r_1$  para  $r_0$  como parámetro sobre la curva. Estas gráficas permiten encontrar el valor de  $r_1$  que da la  $k_{\infty}$  máxima para una  $r_0$  dada y recíprocamente, así como el valor del máximo.

La figura 9 muestra las gráficas de  $k_{\infty}$  contra  $r_1$  para  $r_0$  constante, las cuales se trazaron cambiando el parámetro de las gráficas de las figuras 6 y 7 de  $r_0$  a  $r_1$ . Todas las curvas presentan un máximo cuyo valor decrece para valores crecientes de  $r_0$  y se desplaza hacia valores mayores de  $r_1$ . En la figura se muestran también la curva  $k_{\infty}$  máxima contra  $r_1$  así como los valores experimentales para  $r_0 = 1.00, 1.40$  y  $1.50$  cm.

Las gráficas de la figura 10 son las de  $k_{\infty}$  contra  $r_0$  para  $r_1$  constante y se trazaron usando los puntos correspondientes de la figura 9. Se trazaron únicamente las curvas para  $r_1$  de 1.90 a 2.70 porque no se quiso arriesgar a una extrapolación dudosa. Se observa un decrecimiento monótono del valor del máximo para valores crecientes de  $r_1$ , con la posición del máximo desplazándose hacia valores crecientes de  $r_0$ .

Estas figuras 9 y 10 ponen de manifiesto la ventaja de usar  $r_0$  y no  $r_1$  como parámetro, pues en todos los casos se calcularon puntos a uno y otro lado del máximo, en tanto que usando  $r_1$  como parámetro, para algunos valores de  $r_0$  se obtendrían sólo puntos a la derecha o a la izquierda del máximo, a menos que el intervalo de variación de  $r_1$  se extendiera considerablemente.

### 3 LAPLACIANAS Y DIMENSIONES EXTERNAS

El area de migración se calculó con la fórmula

$$M^2 = L^2 + \tau \quad (10)$$

usando para la longitud de difusión  $L$  y la vida media  $\tau$  de los neutrones térmicos las fórmulas semiempíricas de Tavernier?

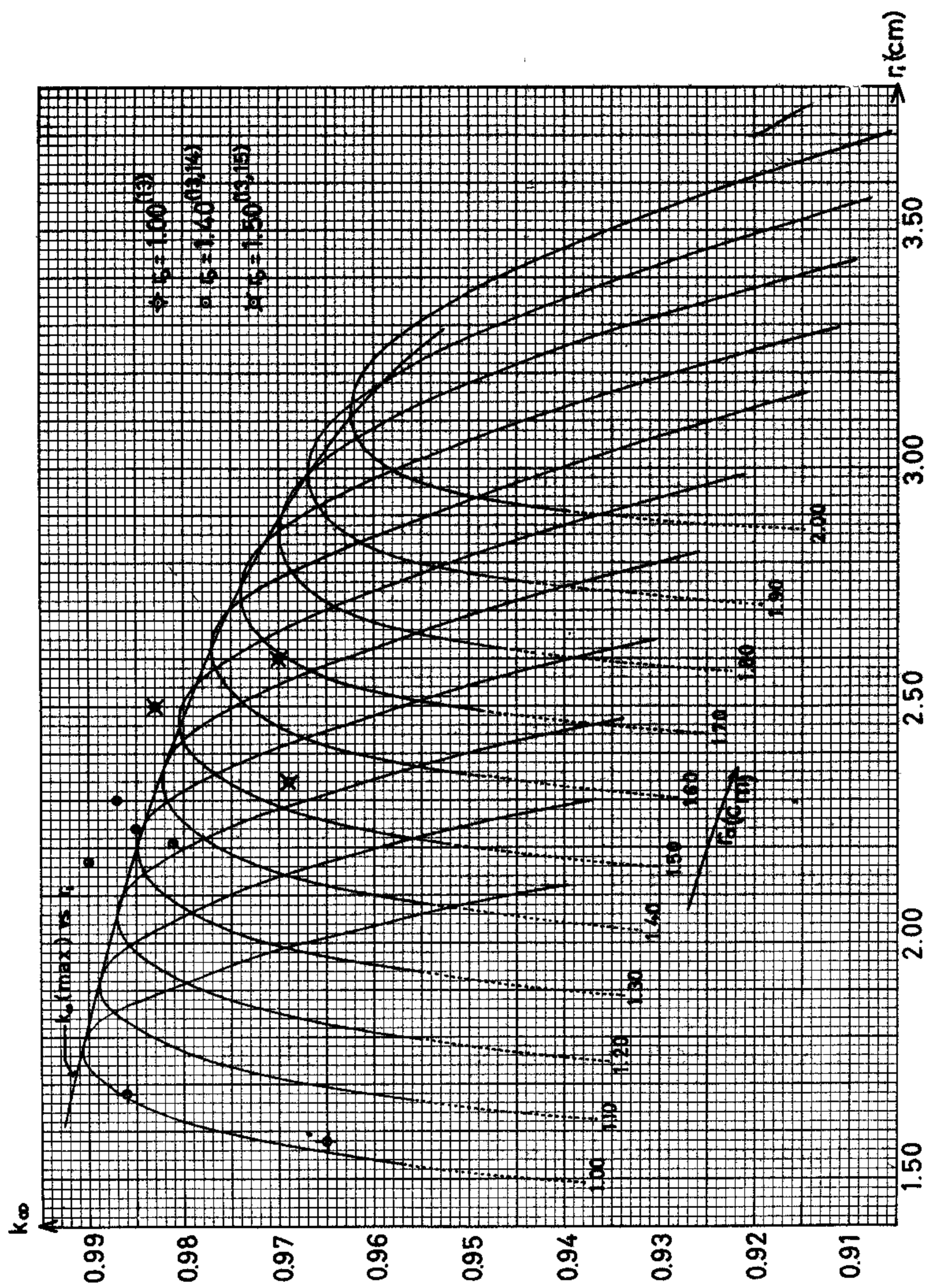


Figura 9  
 Constante de reproducción infinita  $k_{\infty}$  como función del radio  $r$ , de la célula equivalente para el radio  $r_0$  de la barra de uranio constante.



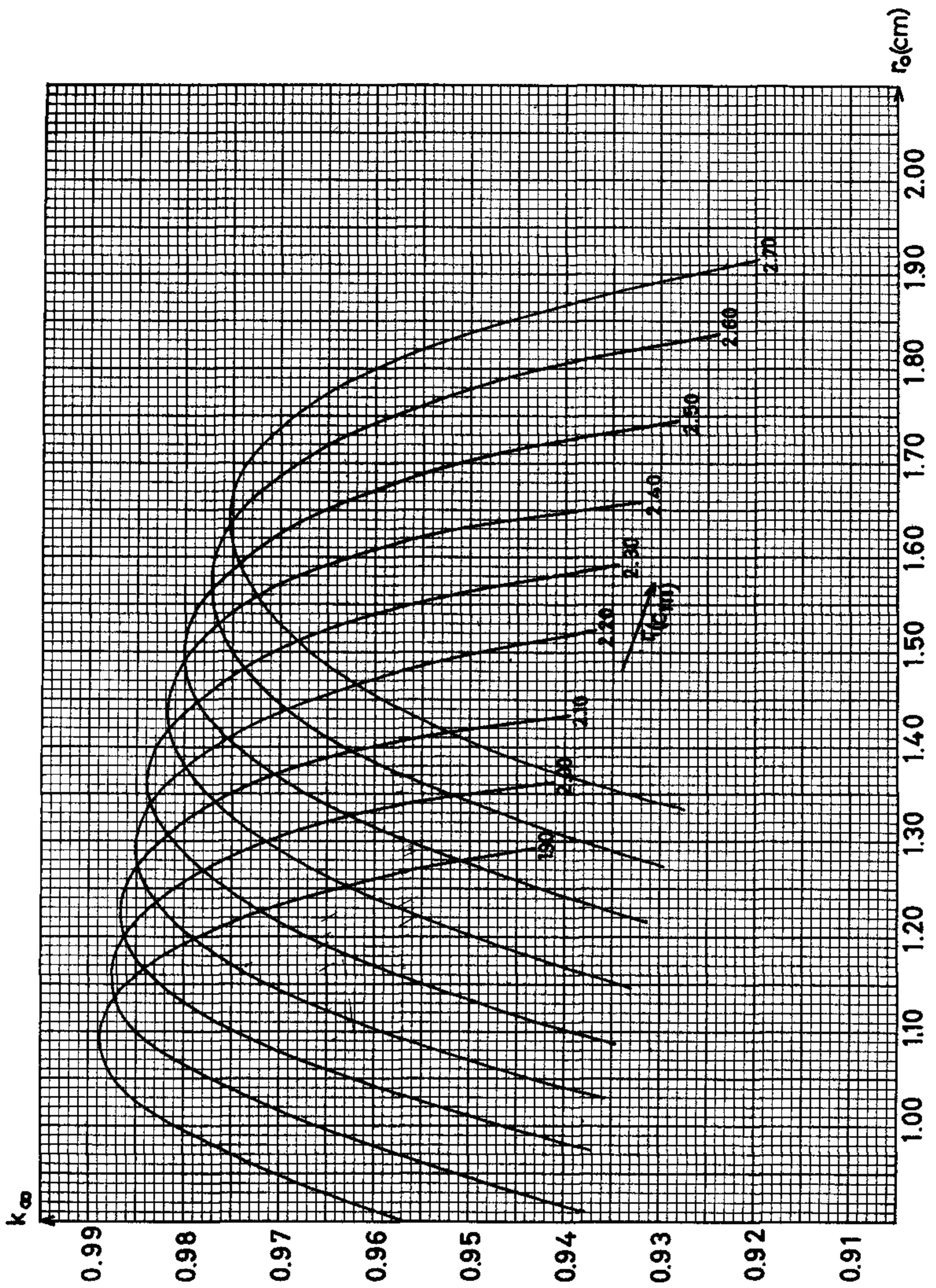


Figura 10  
 Constante de reproducción infinita  $k_{\infty}$  como función del radio  $r_0$  de la barra de uranio para el radio  $r_1$  de la celda equivalente constante.



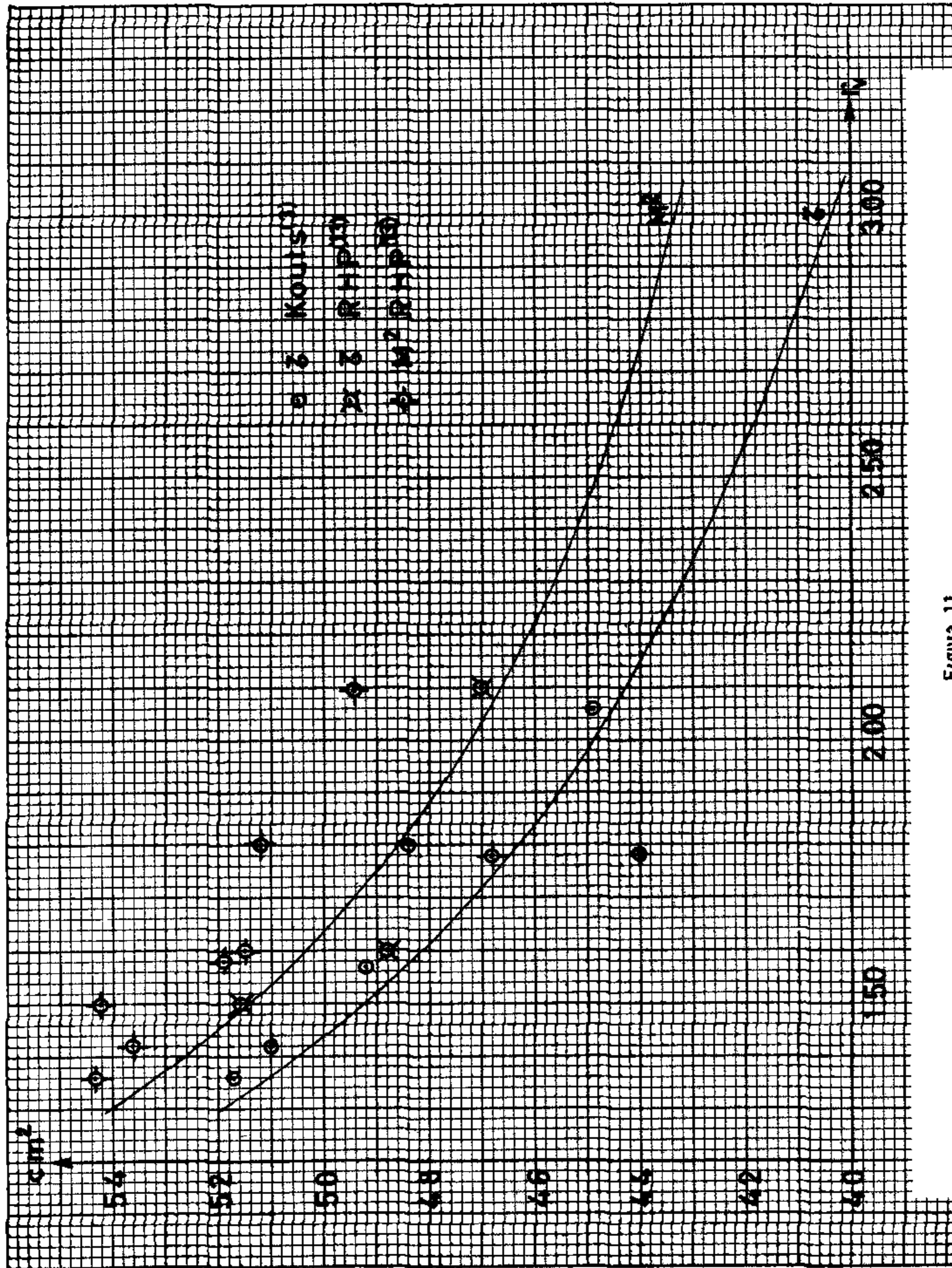


Figura 11  
 Area de migración  $M^2$  y vida media de los neutrones térmicos  $\tau$ , como funciones de la relación volumétrica  $1/k = V_{H_2O}/V_U$  según las fórmulas semiempíricas de Tavemier?

$$L^2 = \frac{1.356 (1 + r_v)^2}{0.521 + 2.272 r_v} \quad (11)$$

$$\tau = 31.50 \left( 1 + \frac{0.844}{r_v} \right) \quad (12)$$

Las gráficas de  $M^2$  y  $\tau$  contra  $r_v$  se muestran en la figura 11 y se ve que tanto en el comportamiento general, como en magnitud, los valores calculados concuerdan razonablemente con los valores experimentales<sup>3,13</sup>.

Las curvas de la figura 12 son las de la Laplaciana material  $Bm^2$  definida por

$$Bm^2 = \frac{k_\infty - 1}{M^2} \quad (13)$$

y están trazadas contra  $r_v$  para  $r_0$  constante. Como en el caso de la  $k_\infty$ , la concordancia con los valores experimentales<sup>3,15</sup> para  $r_0 = 1.00$  y  $1.50$  cm es bastante buena, pero no ocurre lo mismo para  $r_0 = 1.40$  cm.

La Laplaciana geométrica  $B^2$  está definida en terminos del radio y la altura externos del reactor por

$$B^2 = \frac{5.784}{R^2} + \frac{9.869}{H^2} \quad (14)$$

y para volúmen mínimo

$$H = 1.950 R \quad (15)$$

En la figura 13 se tienen las gráficas de  $R$  y  $H$  contra  $B^2$  para volúmen mínimo, las cuales permiten encontrar rápidamente las  $R$  y  $H$  correspondientes a una  $B^2$  dada. Puede observarse que tanto  $R$  como  $H$  disminuyen para  $B^2$  creciente, y recíprocamente, a una  $R$  mayor corresponde una  $B^2$  menor.

La figura 14 muestra dos familias de curvas, una de ellas es la de la Laplaciana geométrica  $B^2$  contra  $r_v$  para la relación  $r_k$  de la constante de reproducción



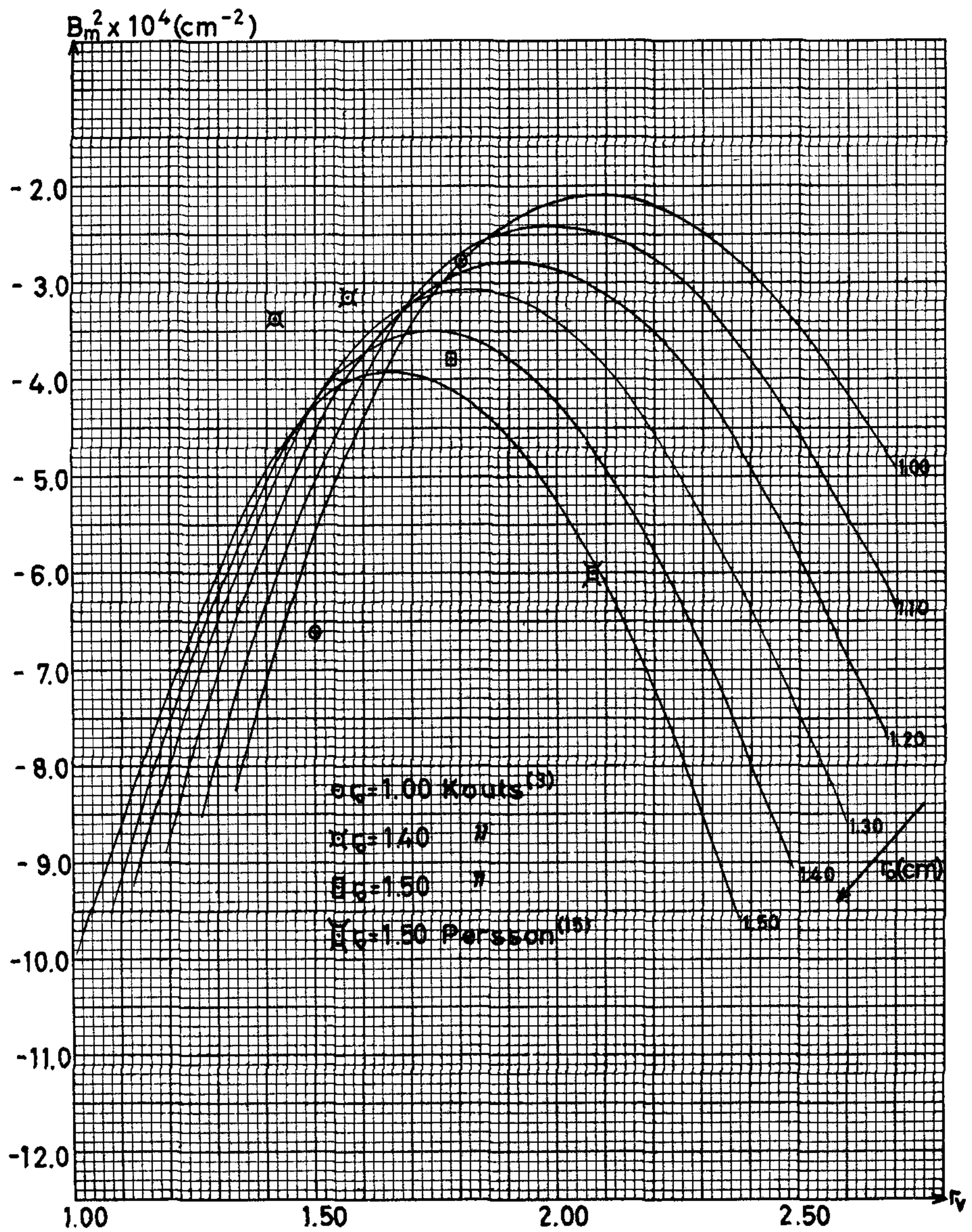


Figura 12  
 Laplaciana material  $B_m^2$  como función de la relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$   
 para radio  $r_0$  de la barra de uranio constante.

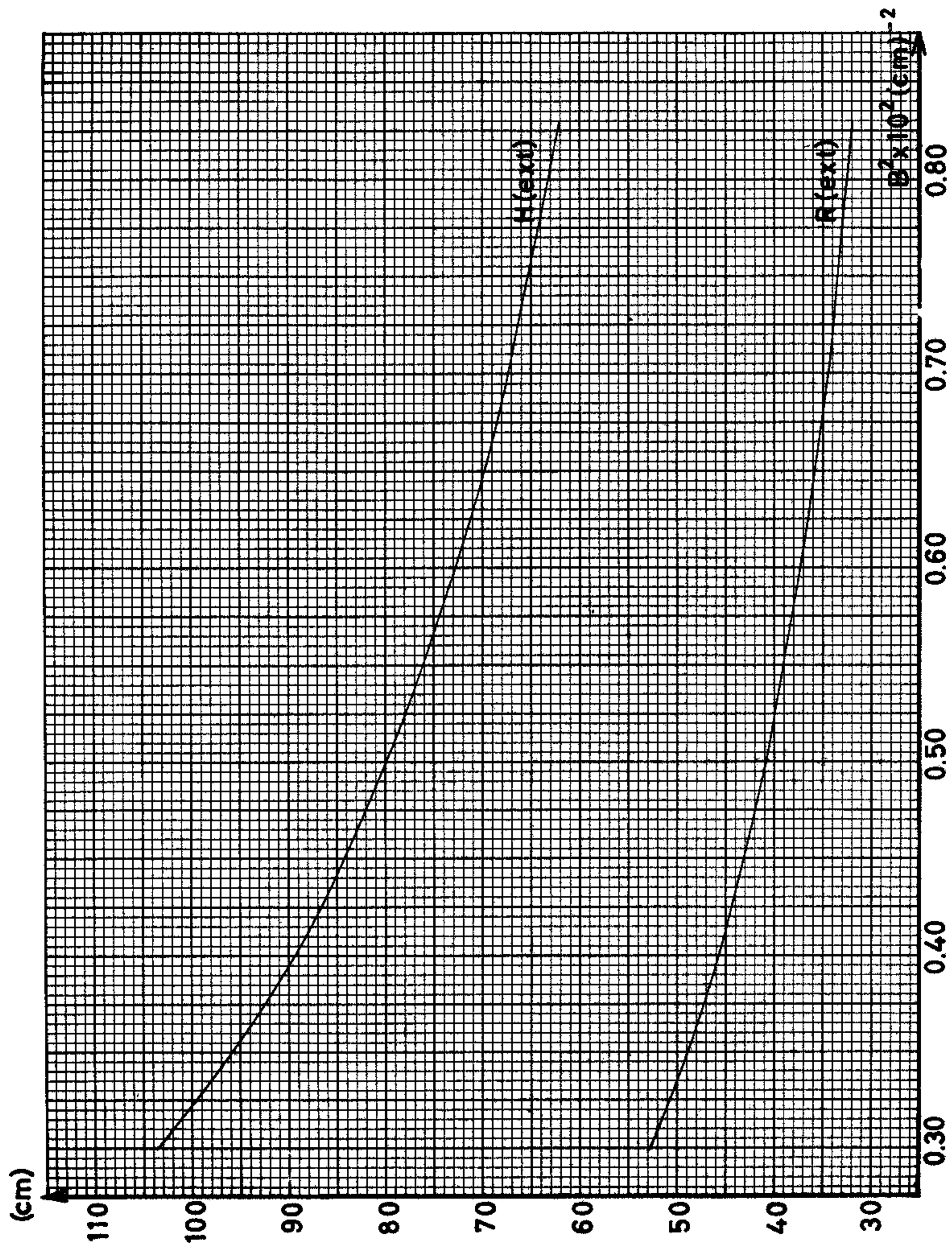


Figura 13  
 Radio externo R y altura externa H como funciones de la Laplaciana geométrica  $B^2$ , para condiciones de volumen mínimo.



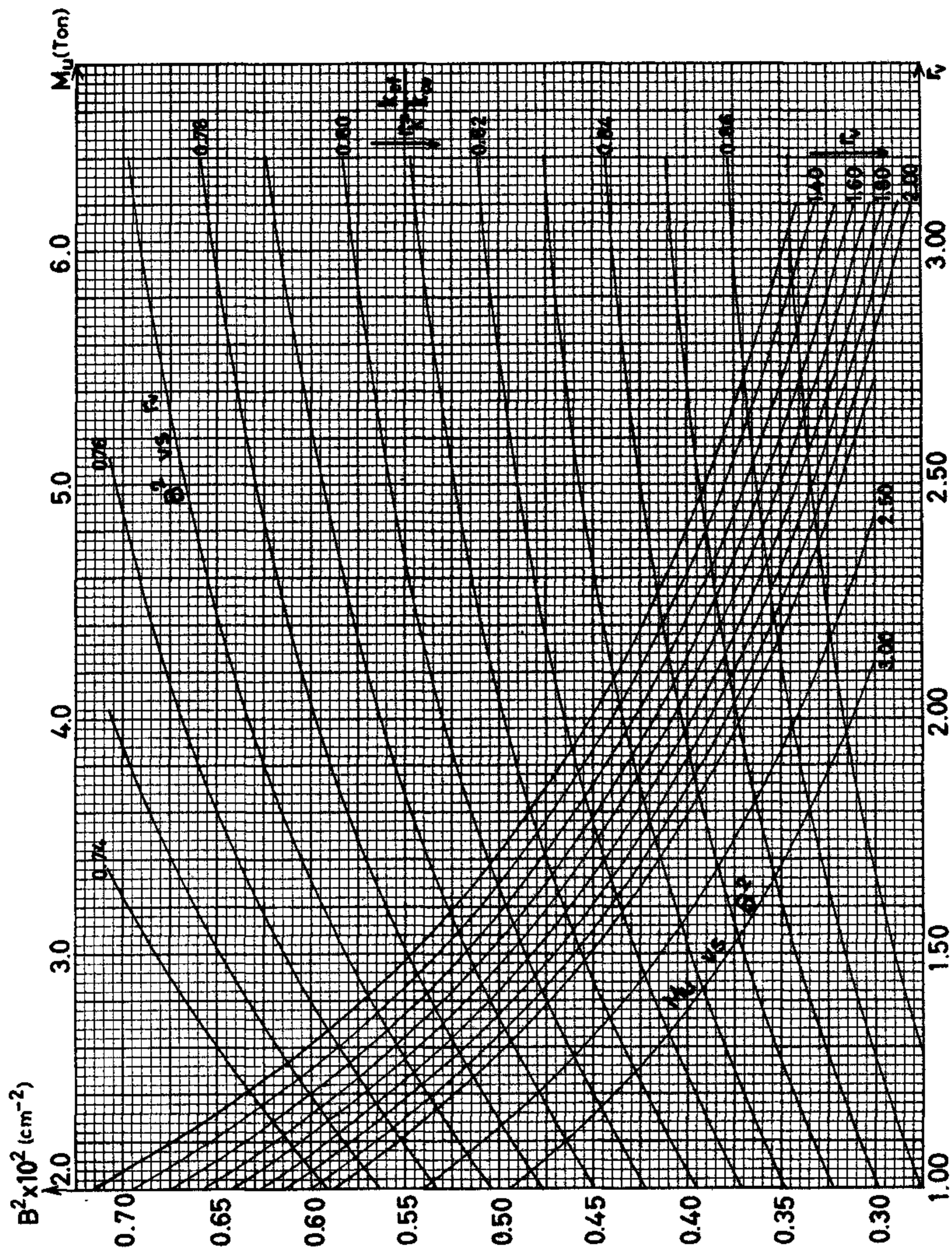


Figura 14

Laplaciana geométrica  $B^2$  como función de la relación volumétrica  $\lambda_v = V_{H_2O}/V_u$  para  $\lambda_v = k_v/k_\infty$  constante, y masa de uranio  $M_u$  como función de la Laplaciana geométrica  $B^2$  para relación volumétrica  $\lambda_v$  constante.

efectiva a la constante de reproducción infinita constante, y se trazaron usando la relación

$$B^2 = \frac{\frac{1}{r_k} - 1}{M^2} \quad (16)$$

con

$$r_k = \frac{k_{ef}}{k_{\infty}} \quad (17)$$

Estas curvas permiten encontrar la  $B^2$  correspondiente a un valor dado de  $r_v$ , para  $r_k$  fija, o bien dadas  $B^2$  y  $r_v$ , se puede encontrar la correspondiente  $r_k$ .

La otra familia de curvas es la de masas de uranio contra  $B^2$  para  $r_v$  constante para condiciones de volúmen mínimo.

En conjunto, las dos familias de curvas permiten encontrar la masa de uranio correspondiente a cada pareja de valores de  $r_v$  y  $r_k$ .

#### 4 AMPLIFICACION Y MASAS DE URANIO

Uno de los factores más importantes en el diseño de un reactor subcrítico es sin duda alguna la amplificación, o sea, la relación del flujo total  $S$  de neutrones al flujo  $S_0$  de la fuente externa, relación que puede expresarse en términos de la constante de reproducción efectiva de la latiz mediante la ecuación

$$\mu = \frac{S}{S_0} = \frac{1}{1 - k_{ef}} \quad (18)$$

En la figura 15 se tiene la gráfica de  $\mu$  contra  $k_{ef}$  para amplificación entre 3.0 y 10.0.

La figura 16 muestra las curvas de masa de uranio contra amplificación para  $r_0$  constante y  $k_{\infty}$  máxima, o sea, para cada valor de  $r_0$  se tomó la  $r_v$  correspondiente a la de  $k_{\infty}$  máxima. En todos los casos la masa crece con la amplificación. A



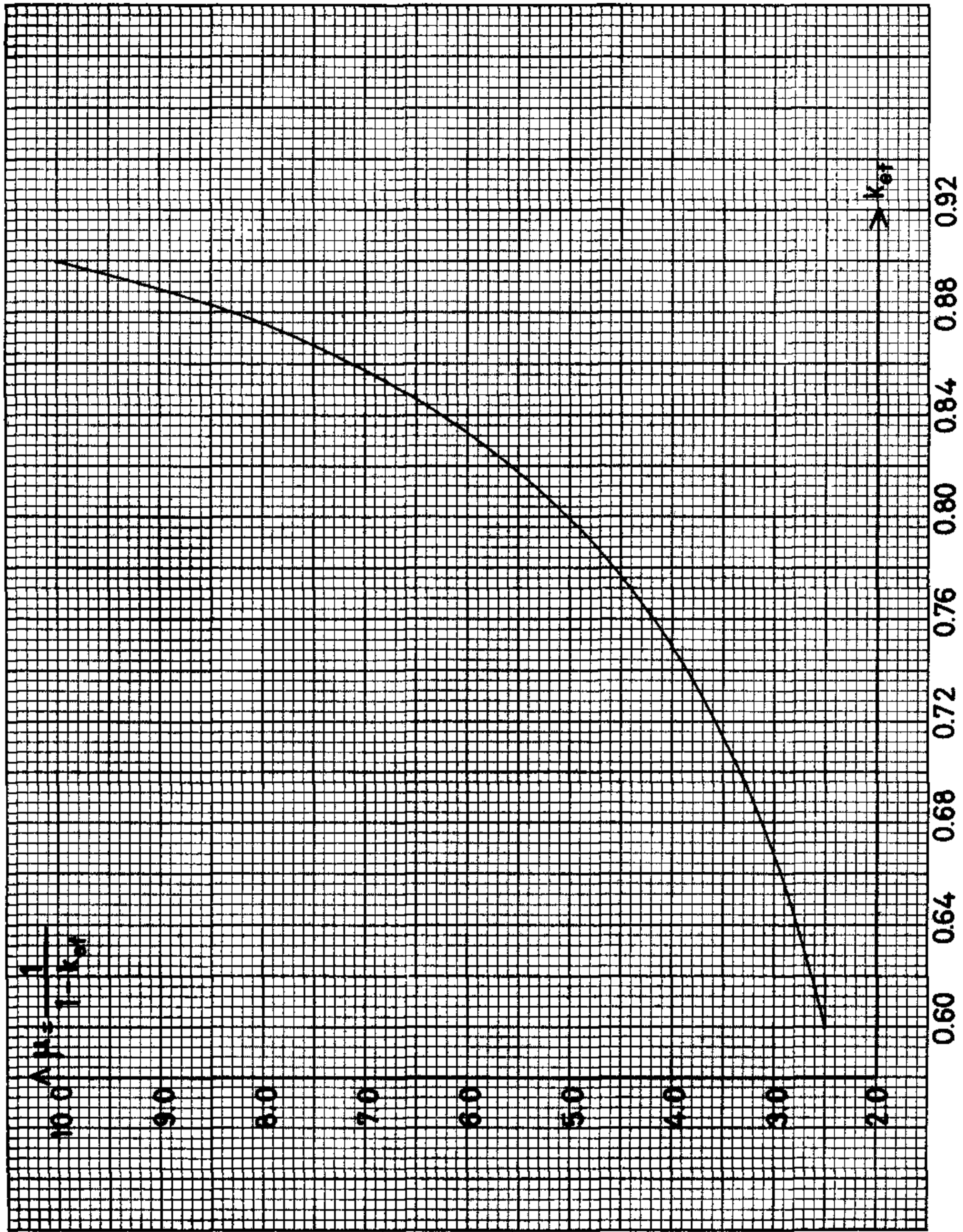


Figura 15  
Amplificación  $\lambda$  como función de la constante de reproducción efectiva  $k_{eff}$ .



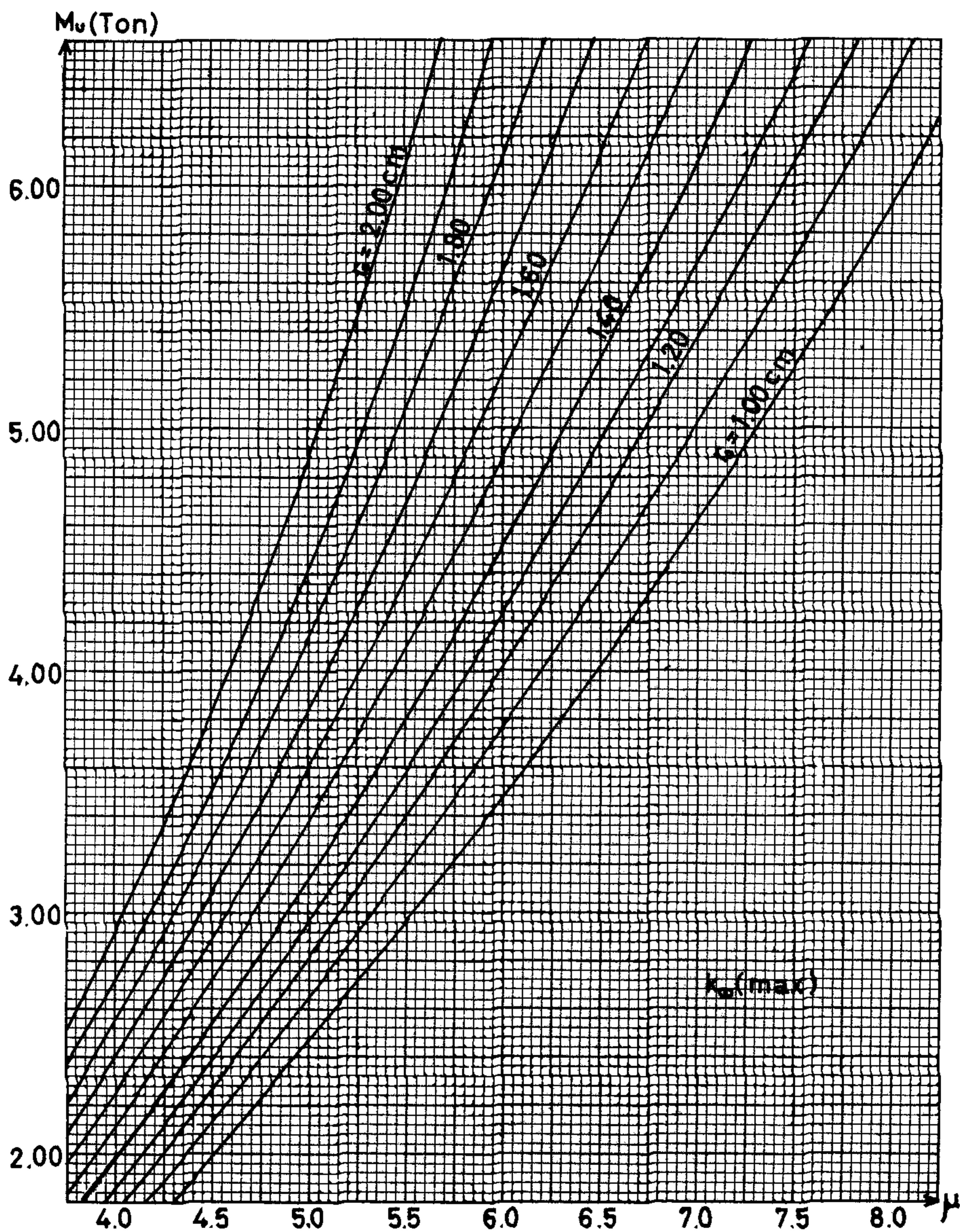


Figura 16  
 Masa de uranio  $M_u$  como función de la amplificación  $\mu$  para radio  $r_0$  de la barra de uranio constante y  $k_{\infty}$  máxima.



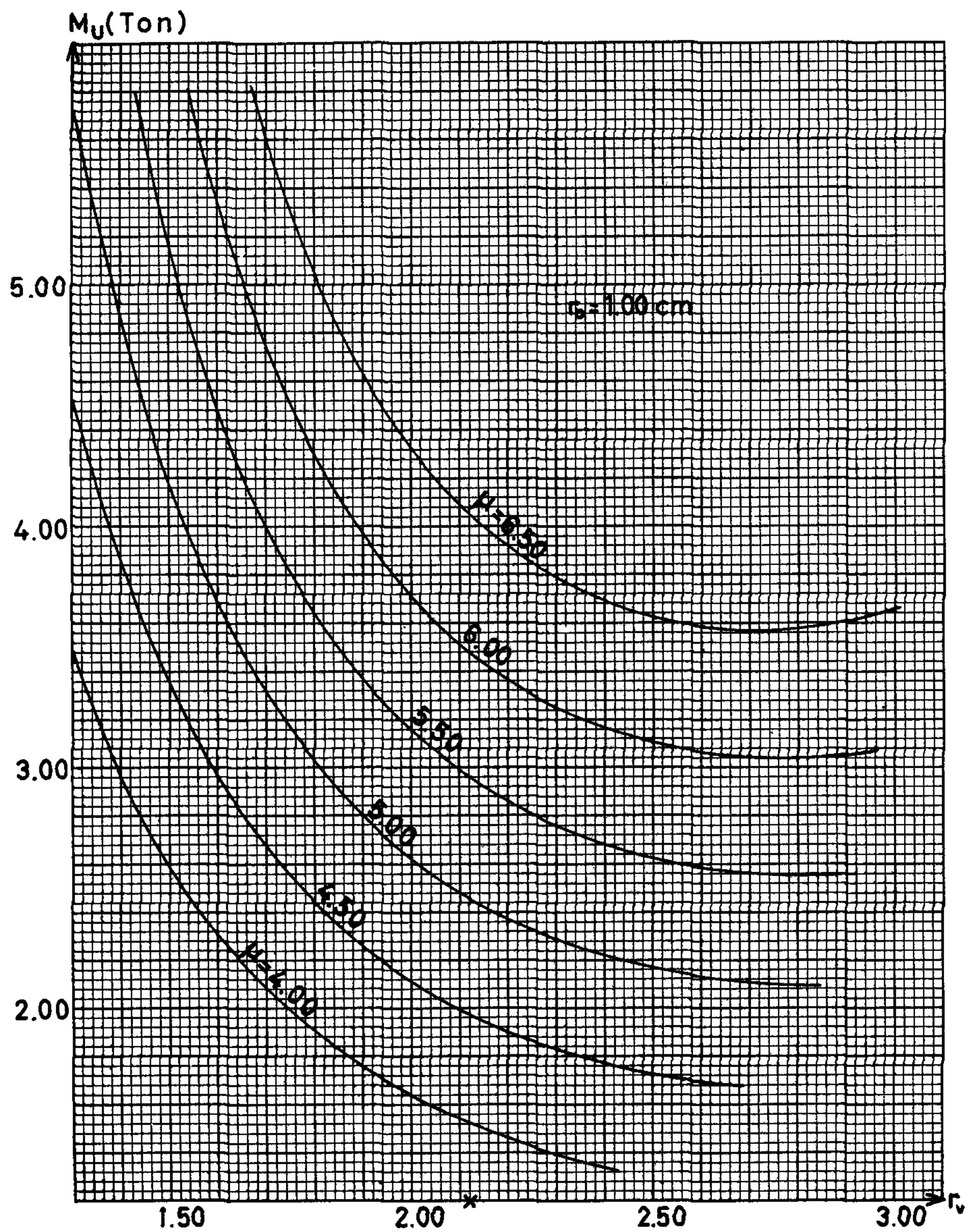


Figura 17  
 Masa de uranio  $M_U$  como función de la relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$  para amplificación  $\mu$  constante y  $r_0 = 1.00 \text{ cm}$ . La cruz denota la  $r_v$  que da la  $k_{\infty}$  máxima.



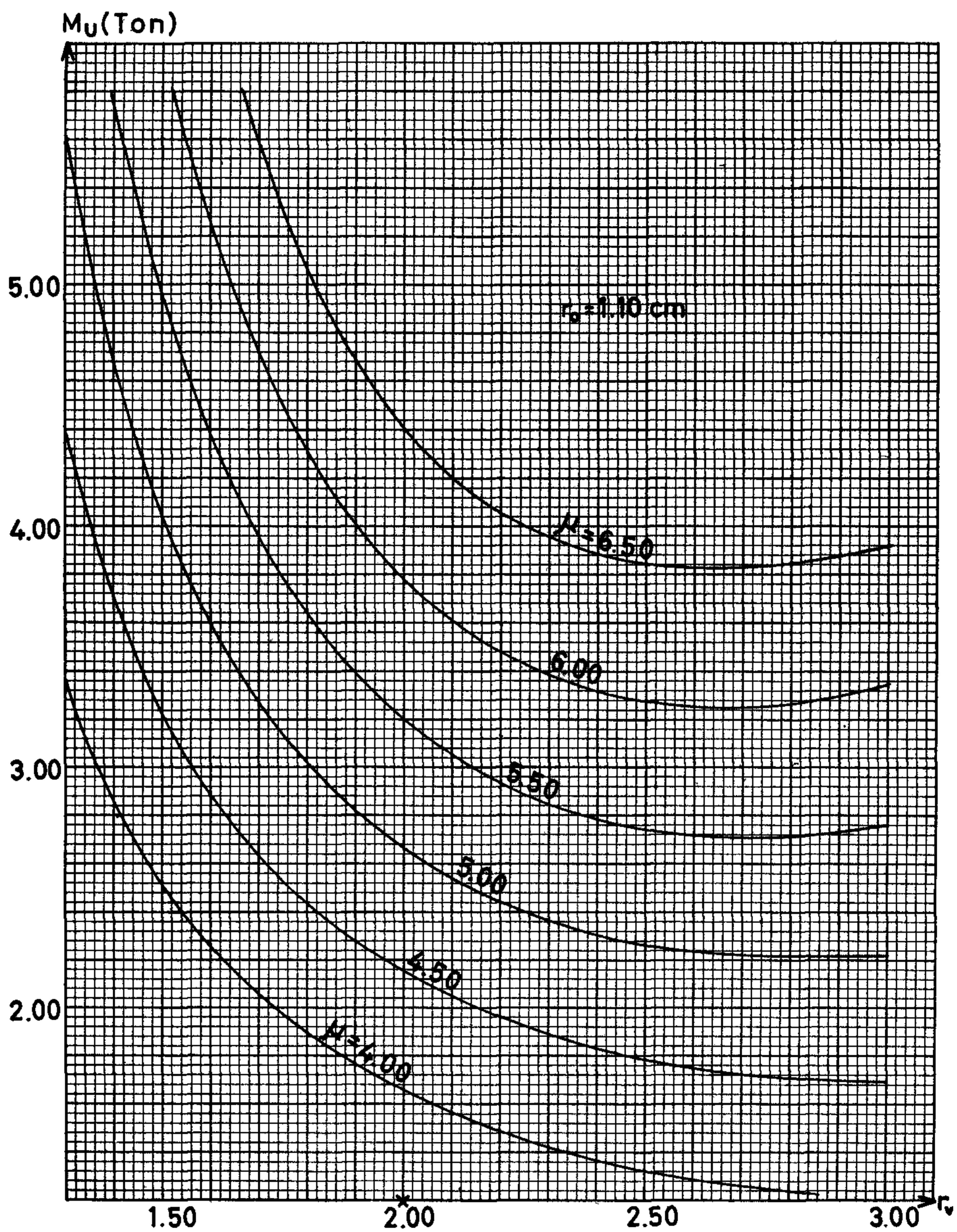


Figura 18  
 Masa de uranio  $M_U$  como función de la relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$  para amplificación  $\mu$  constante y  $r_0 = 1.10$  cm. La cruz denota la  $r_v$  que da la  $k_{\infty}$  máxima.



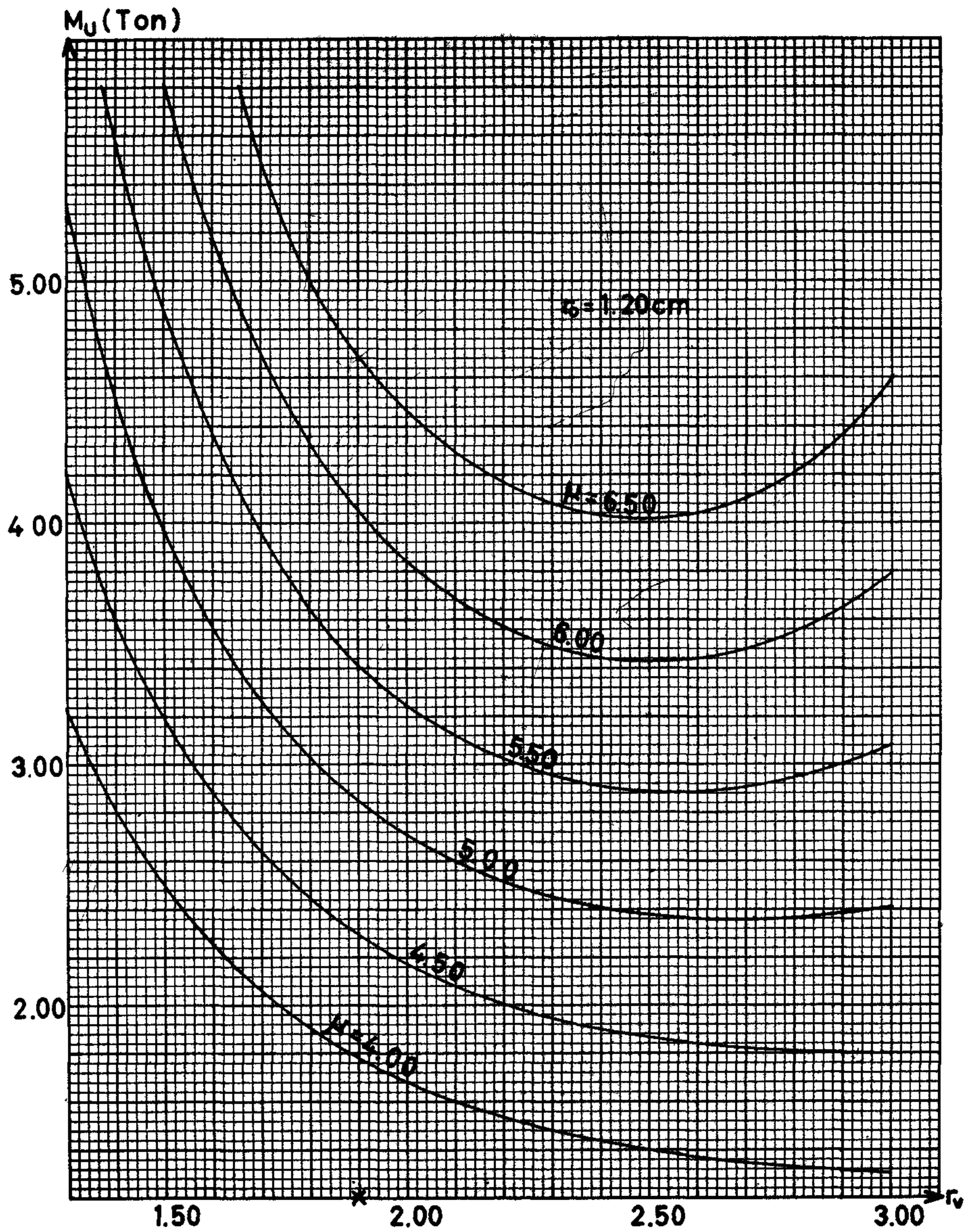


Figura 19  
 Masa de uranio  $M_U$  como función de la relación volúmetrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$  para amplificación  $\mu$  constante y  $t_0 = 1.20$  cm. La cruz denota la  $r_v$  que da la  $k_{max}$  máxima.



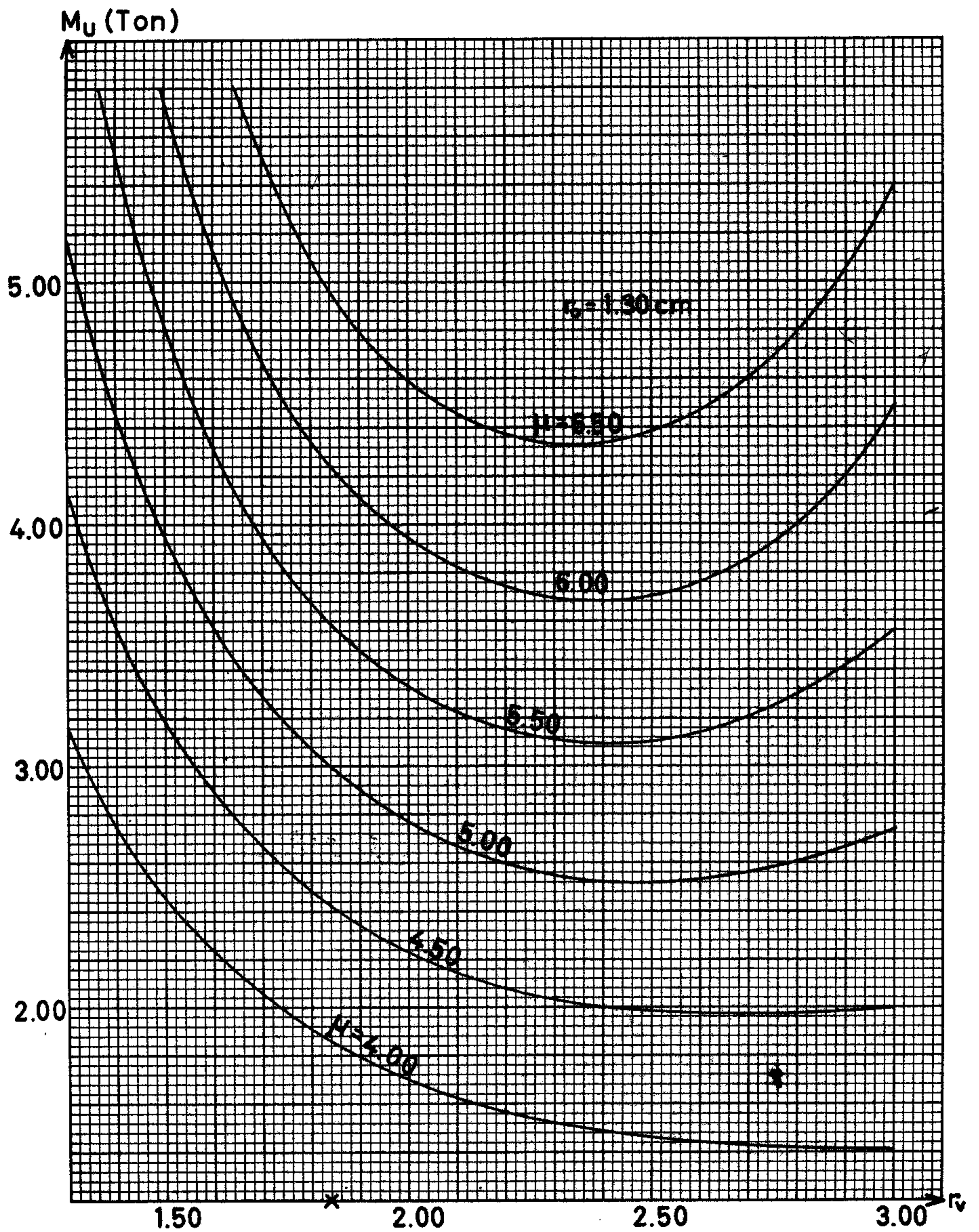


Figura 20  
 Masa de uranio  $M_U$  como función de la relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$  para amplificación  $\mu$  constante y  $r_0 = 1.30 \text{ cm}$ . La cruz denota la  $r_v$  que da la  $k_\infty$  máxima.



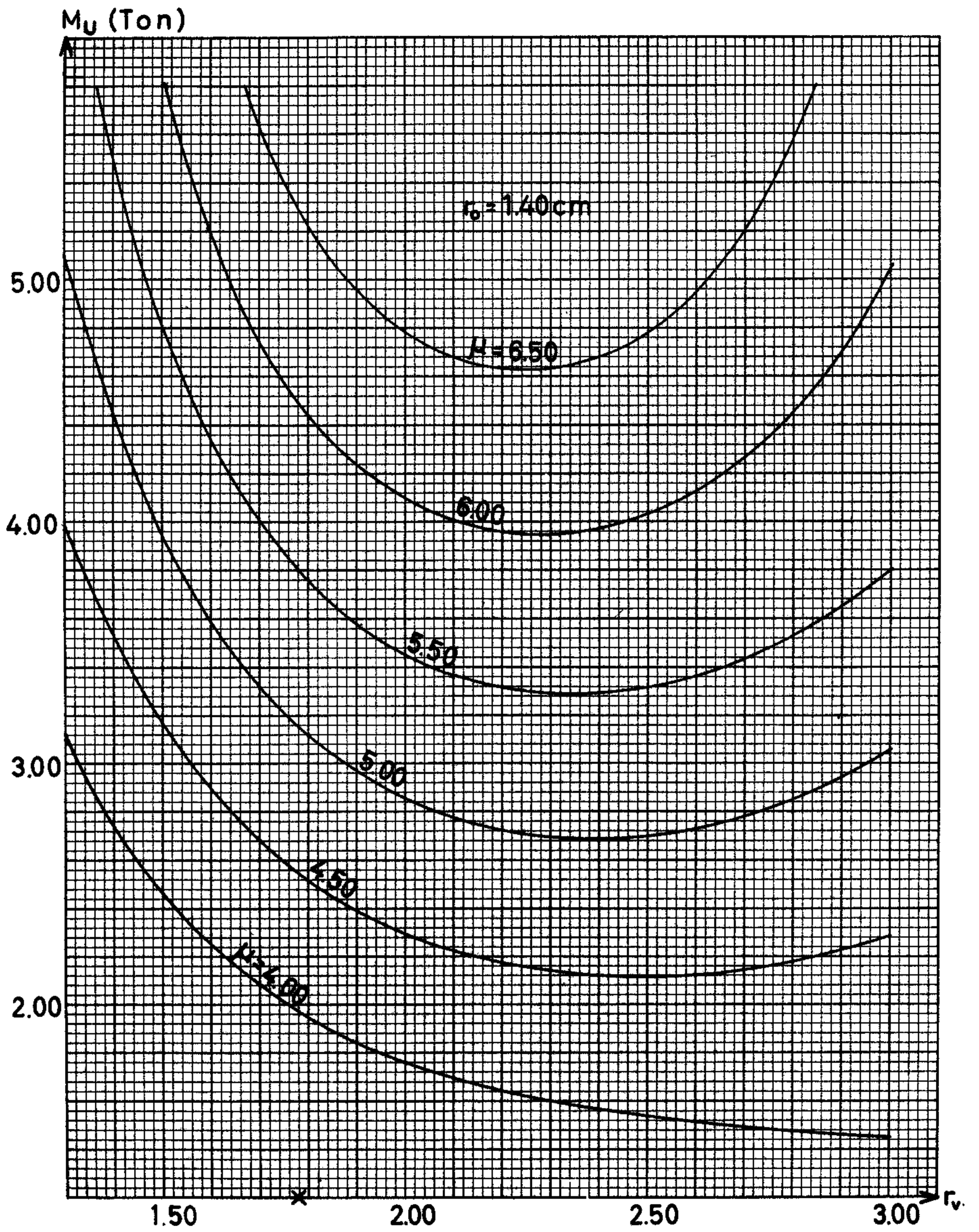


Figura 21  
 Masa de uranio  $M_U$  como función de la relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$  para amplificación  $\mu$  constante y  $r_0 = 1.40 \text{ cm}$ . La cruz denota la  $r_v$  que da la  $k_\infty$  máxima.



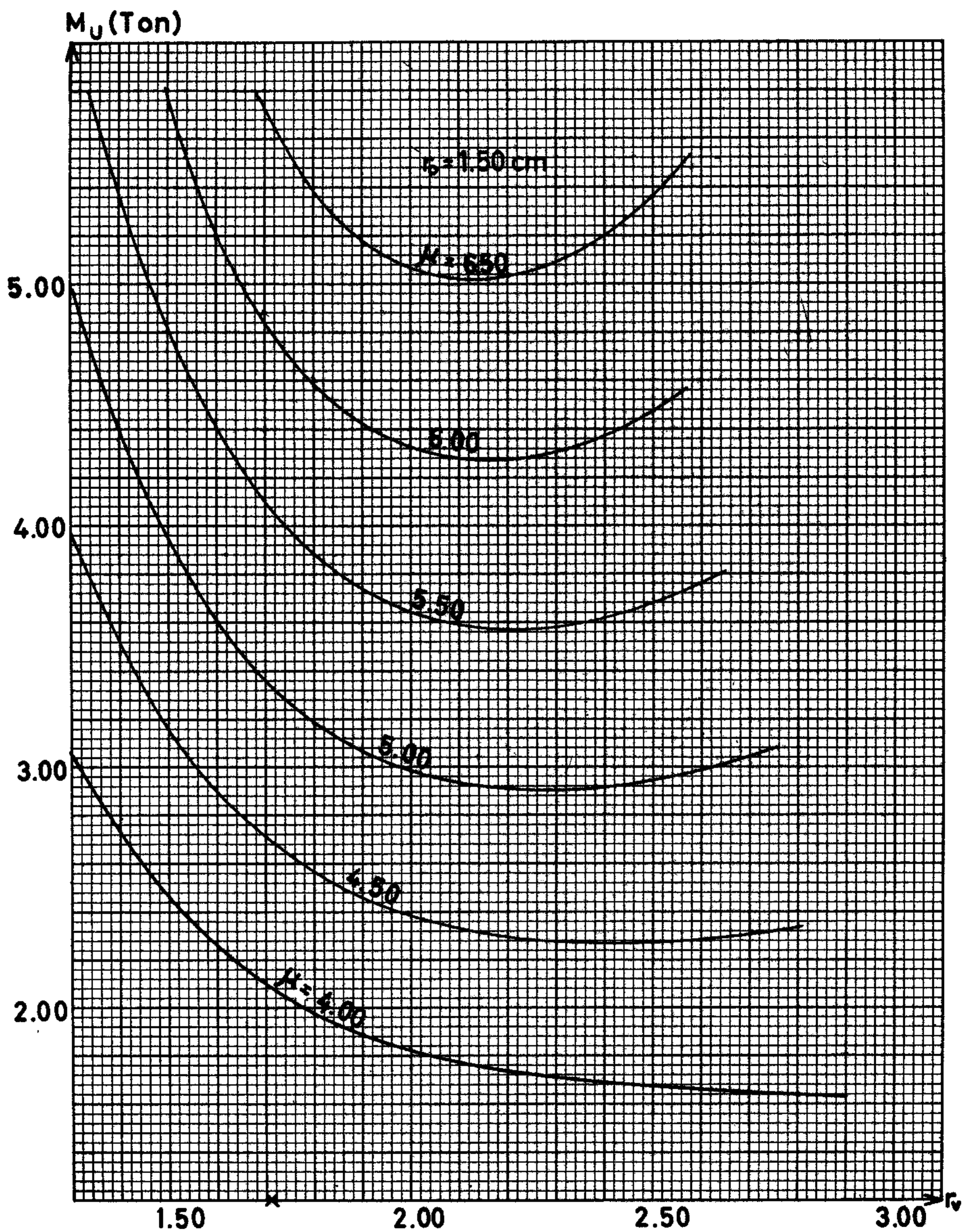


Figura 22  
 Masa de uranio  $M_U$  como función de la relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$  para amplificación  $\mu$  constante y  $r_0 = 1.50$  cm. La cruz denota la  $r_v$  que da la  $k_\infty$  máxima.



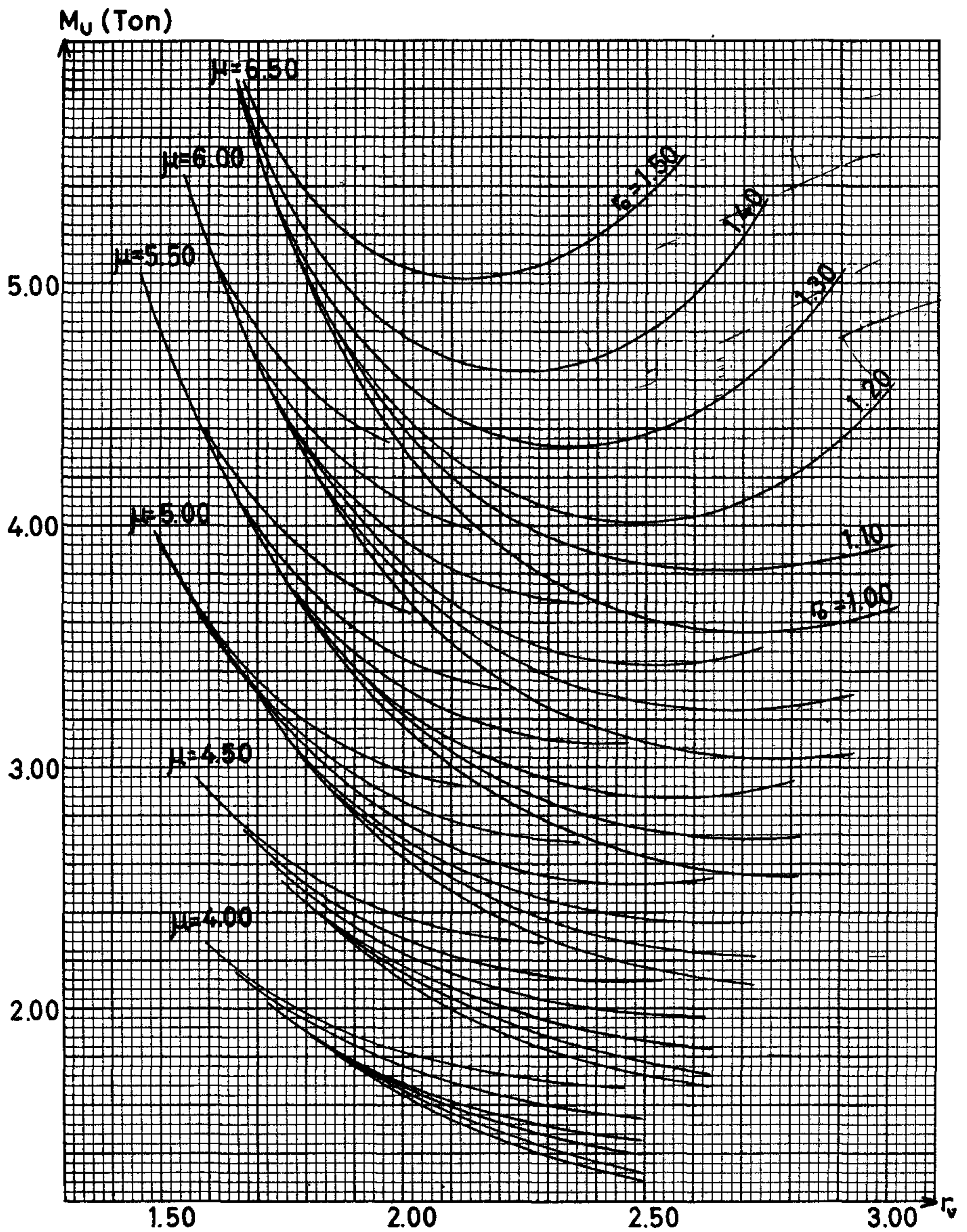


Figura 23  
 Masa de uranio  $M_U$  como función de la relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$   
 para amplificación  $\mu$  y radio  $r_0$  de la barra de uranio constantes.

una masa dada la mayor amplificación corresponde a la  $r_0$  menor, y a una amplificación dada la masa menor corresponde también al menor  $r_0$ .

Las seis figuras siguientes 17 a 22, muestran las gráficas de masa de uranio  $M_u$  contra  $r_v$  para amplificación constante, para valores de  $r_0$  de 1.00 a 1.50 cm. En estas gráficas se advierte claramente la cantidad mínima de uranio que se requiere para obtener una amplificación con  $r_0$  fija, así como el valor correspondiente de  $r_v$ . En cada gráfica está marcado el valor de  $r_v$  que da la  $k_{\infty}$  máxima para la  $r_0$  correspondiente, el cual no es igual al valor de  $r_v$  que da el mínimo de uranio para cada amplificación, de modo que es fácil estimar la cantidad extra de uranio que se requiere para obtener la  $k_{\infty}$  máxima una vez que se ha fijado la amplificación; esta cantidad extra de uranio va disminuyendo con la amplificación y va aumentando con  $r_0$ , pero puede estimarse que es alrededor de 0.5 tonelada.

La figura 23 es una superposición parcial de las anteriores, y se advierte en ella que excepto para valores de  $r_v$  muy por debajo de los correspondientes a  $k_{\infty}$  máxima o a  $M_u$  mínima, para una amplificación dada la menor masa de uranio se tiene para el menor  $r_0$ .

## 5 EFECTO DEL REFLECTOR DE AGUA

Se ha hecho también una estimación del efecto del reflector de agua, de acuerdo con los informes de Kouts<sup>16</sup> Chemick<sup>17</sup> y Krasik<sup>18</sup>. Se considera que dado un reactor con radio externo  $R$ , altura  $H$  y Laplaciana geométrica  $B_0^2$ , el reflector cambia la Laplaciana a

$$B^2 = \frac{5.784}{(R + \lambda)^2} + \frac{9.869}{H^2} \quad (19)$$

si el reflector es sólo radial, a

$$B^2 = \frac{5.784}{(R + \lambda)^2} + \frac{9.869}{(H + \lambda)^2} \quad (20)$$



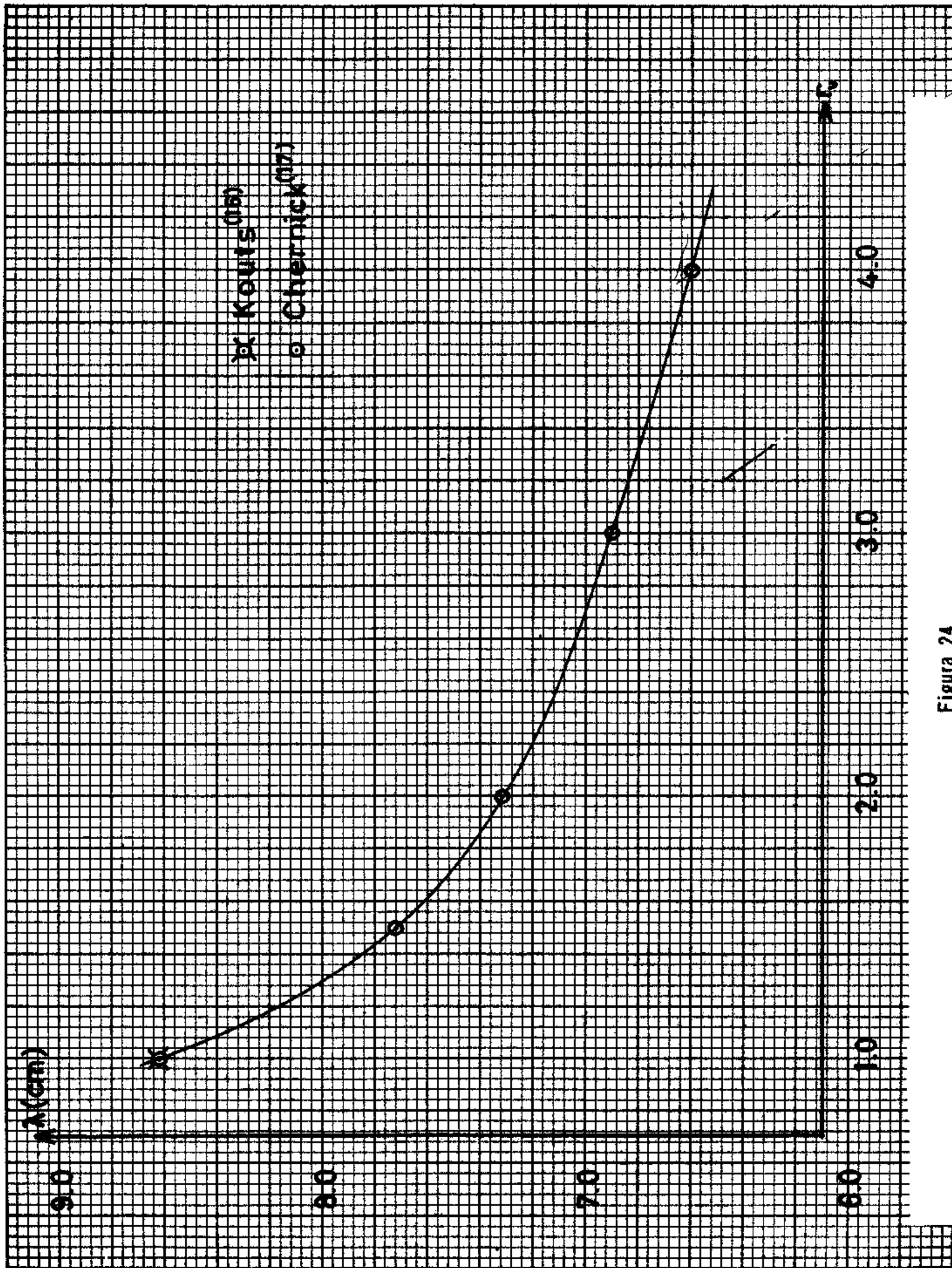


Figura 24  
 Ahorro del reflector  $\lambda$  como función de la relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$ .

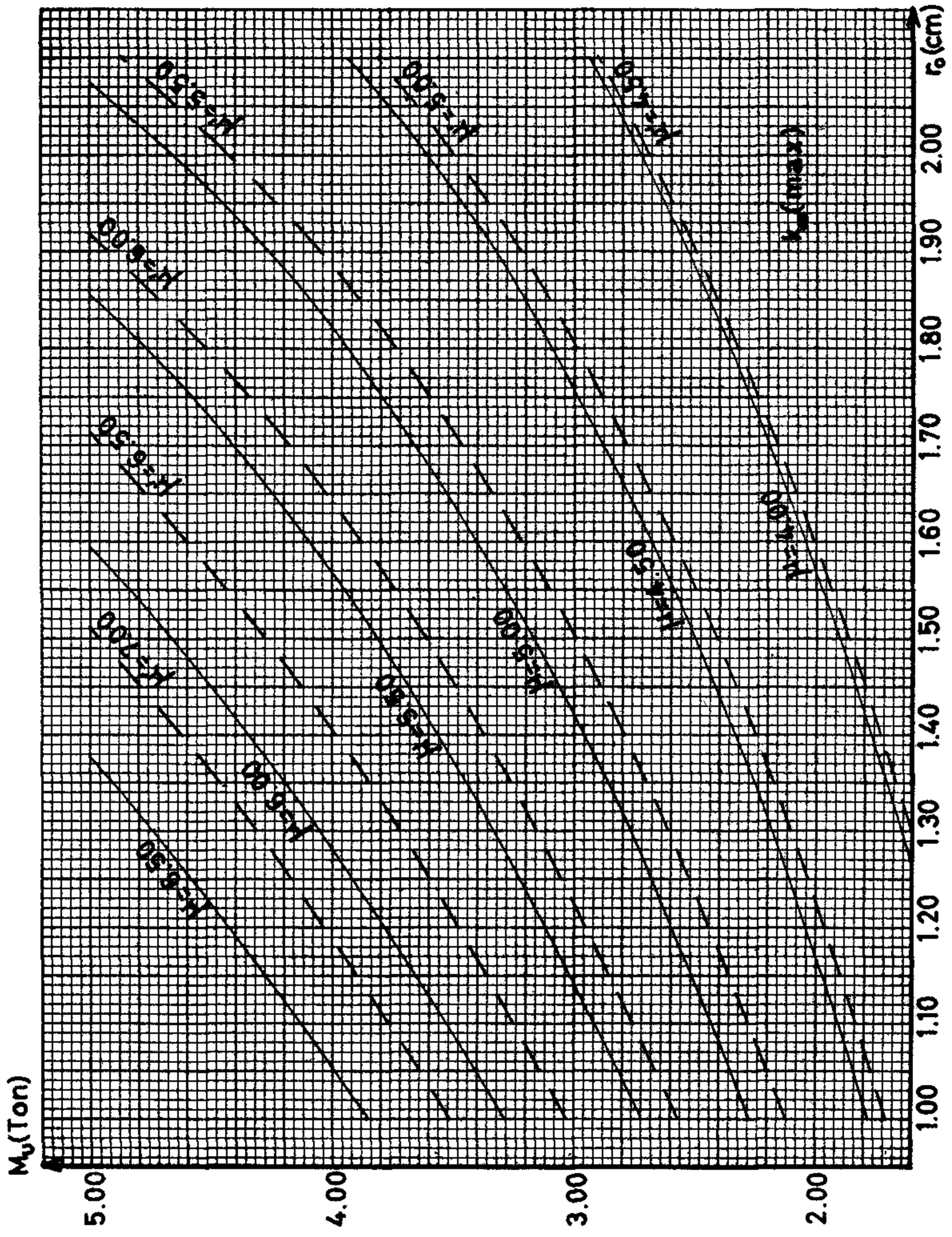


Figura 25

Masa de uranio  $M_U$  como función del radio  $r_0$  de la barra de uranio para amplificación  $k$  constante. Las líneas llenas se refieren a amplificación sin reflector y las cortadas a amplificación con reflector de agua. Para cada  $r_0$  se toma la  $r_0$  que da la  $k_{\infty}$  máxima.



si hay además reflector axial en uno de los extremos, y a

$$B^2 = \frac{5.784}{(R + \lambda)^2} + \frac{9.869}{(H + 2\lambda)^2} \quad (21)$$

si además del reflector radial hay reflector axial en los dos extremos. En estas ecuaciones  $\lambda$  representa el ahorro del reflector, cuyo valor se tomó en cada caso de la gráfica de la figura 24 trazada sobre los puntos experimentales de Kouts<sup>16</sup> y Chernick<sup>17</sup>, que dan una dependencia de  $\lambda$  con  $r_v$  conforme a la cual el ahorro del reflector disminuye con  $r_v$  creciente. Es inmediato de las ecuaciones anteriores que la Laplaciana con reflector es menor que la correspondiente sin reflector, y por las gráficas de la figura 14 se ve que esto equivale a tener una cantidad mayor de uranio y una  $k_{ef}$  mayor.

La estimación del efecto del reflector se hizo para reflector radial calculando la Laplaciana con reflector mediante la ecuación (19) y obteniendo la nueva  $r_k$  sobre las gráficas de la figura 14. Se encontró que para todas las latitudes estudiadas la  $r_k$  con reflector es una función lineal de la  $r_k$  sin reflector dada por

$$\left(\frac{k_{ef}}{k_{\infty}}\right)_r = 0.800 \left(\frac{k_{ef}}{k_{\infty}}\right)_0 + 0.193 \quad (22)$$

y con esta fórmula se calcularon en cada caso el nuevo valor de la  $k_{ef}$  y la correspondiente amplificación.

La figura 25 muestra las curvas de  $M_{\mu}$  contra  $r_0$  para amplificación constante y condiciones óptimas de  $k_{\infty}$ , con reflector (líneas cortadas) y sin reflector (líneas llenas). El aumento en la amplificación debido al reflector se va haciendo mayor a medida que la amplificación aumenta y sube de 0.50 para  $\mu = 4.00$  a 0.75 para  $\mu = 6.00$ . Puede estimarse que estos aumentos se multiplicarán por 1.5 si hay además reflector axial en uno de los extremos, y por 2.00 para reflector radial y axial en los dos extremos.

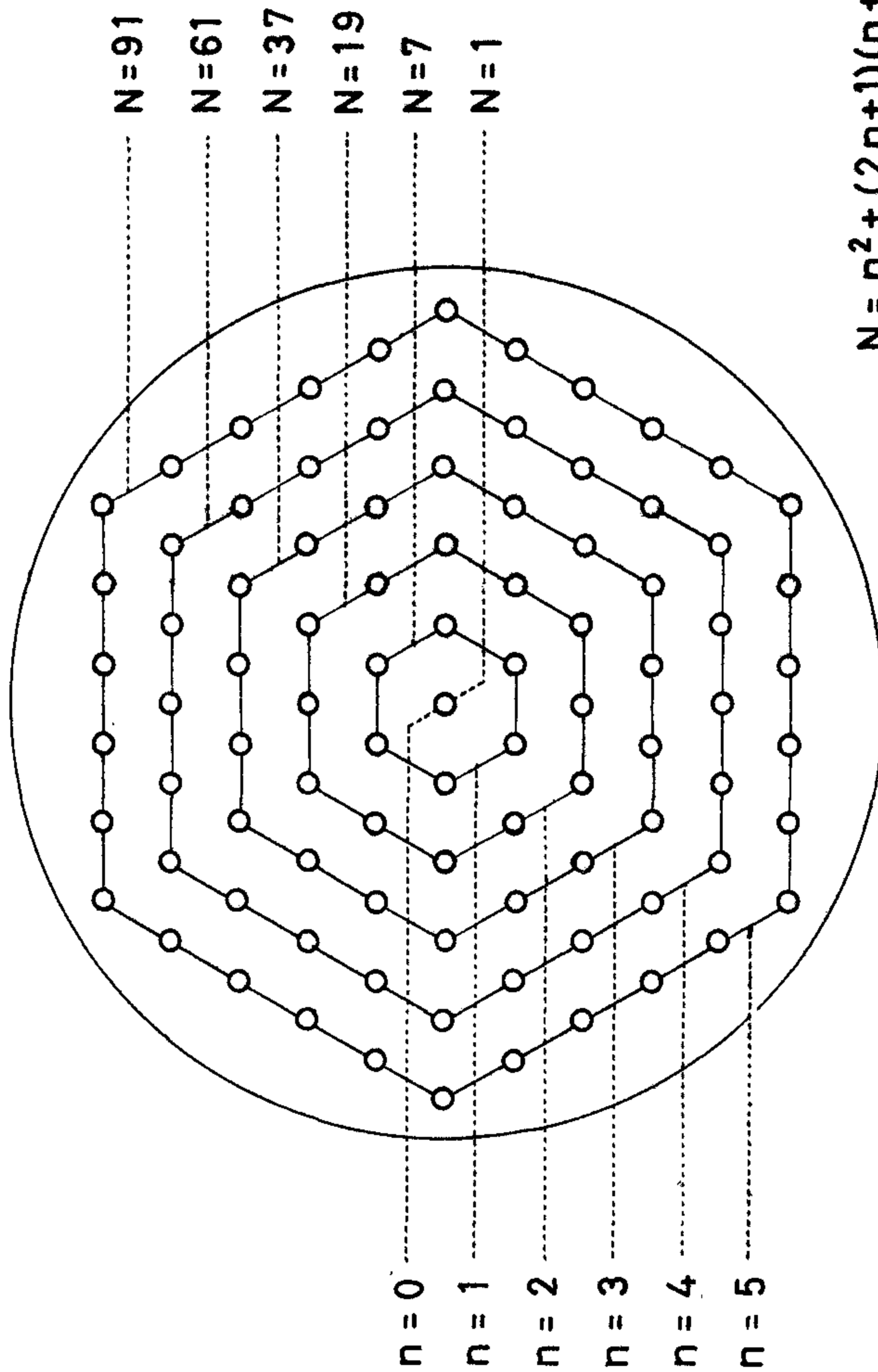


Figura 26  
 Colocación de las barras de uranio en la latiz exagonal y dependencia del número de celdas  $N$  con el número  $n$  de capas exagonales llenas.



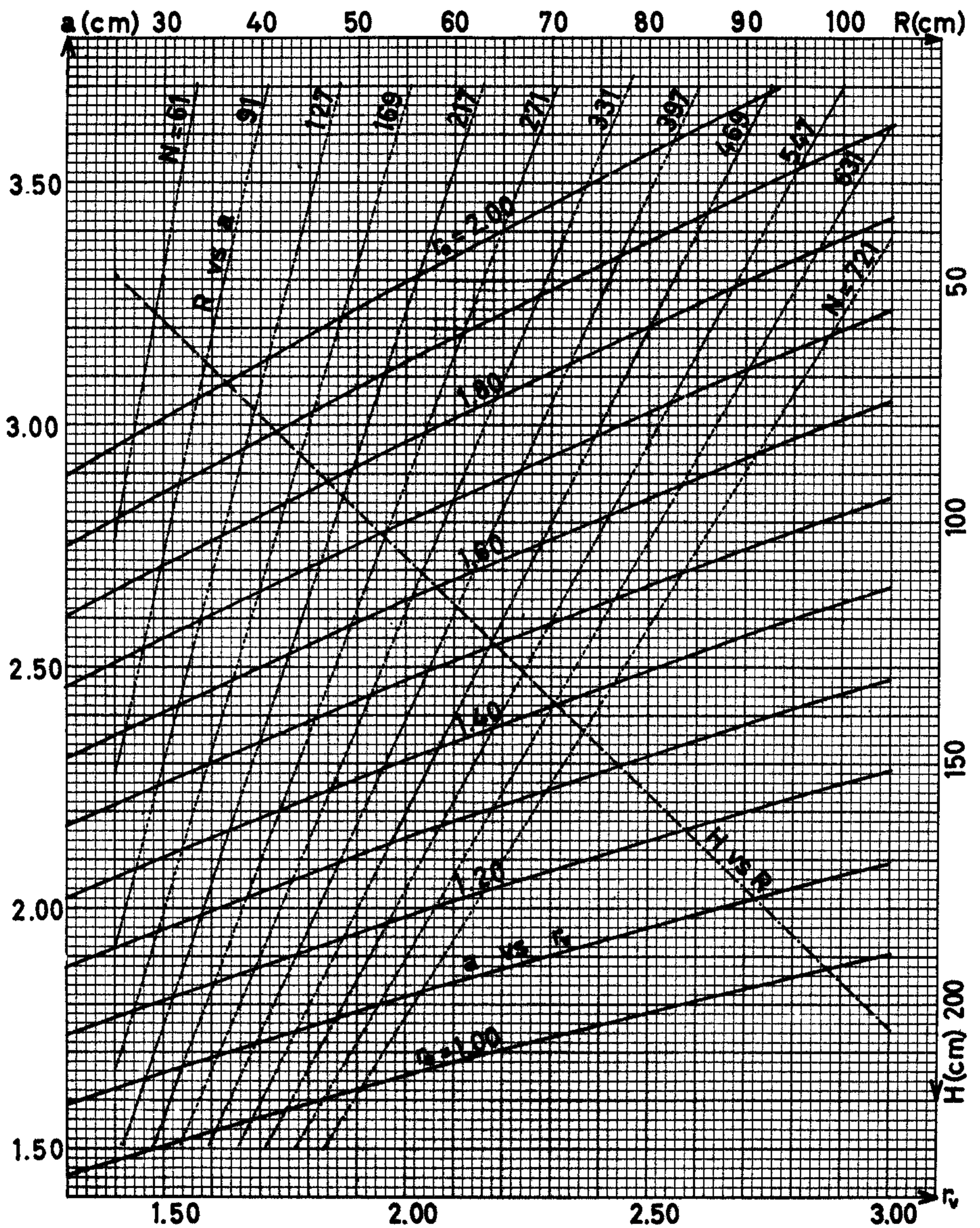


Figura 27

Paso "a" de la latiz exagonal como función de la relación volumétrica  $r_v = V_{H_2O}/V_U$  para radio  $r_0$  de la barra de uranio constante (líneas llenas), Radio externo  $R$  de la latiz como función del paso "a" para número de celdas  $N$  constante (líneas punteadas). Altura  $H$  de la latiz como función del radio externo  $R$  para volumen mínimo (línea cortada).



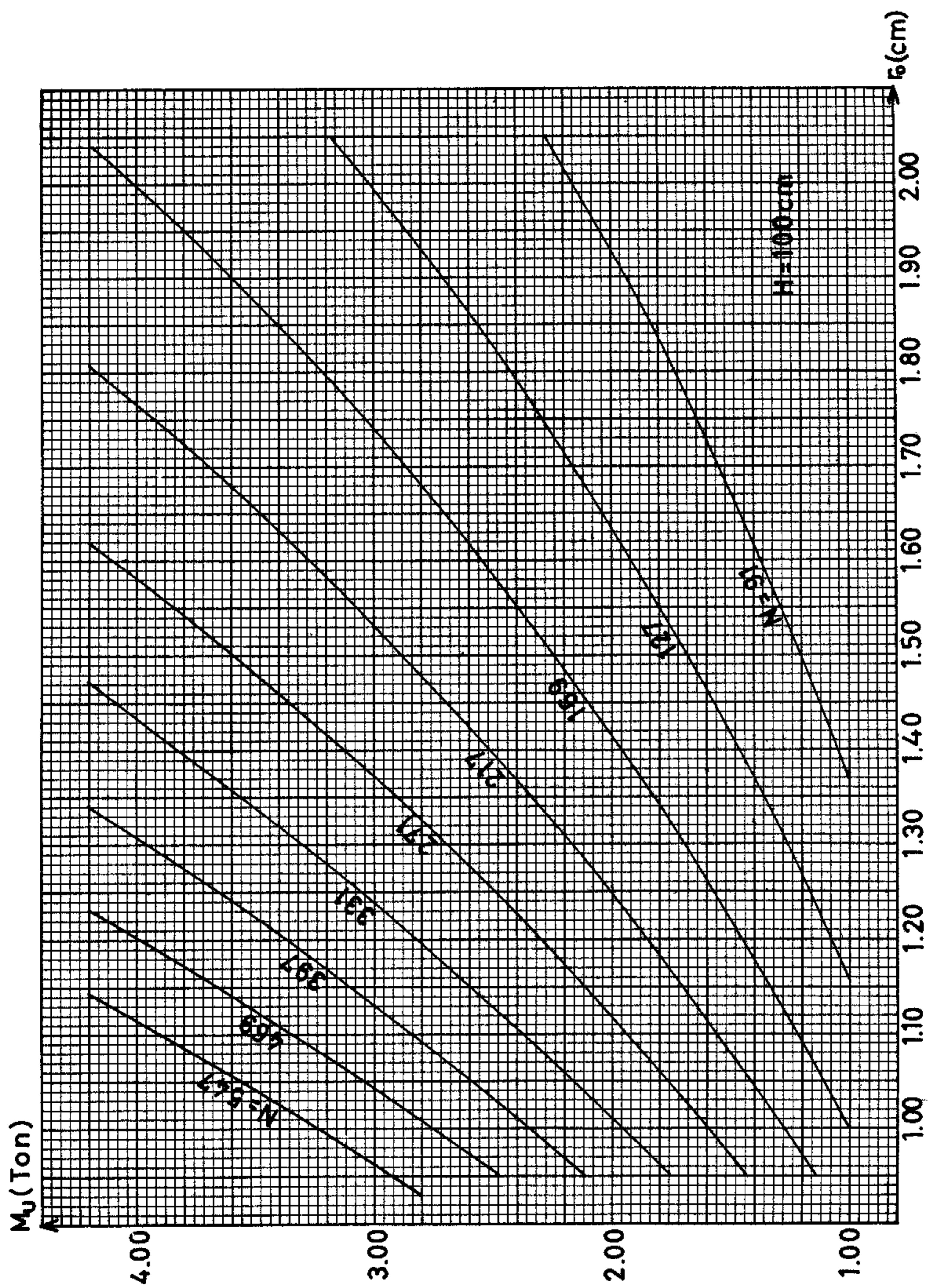


Figura 28  
 Masa de uranio  $M_U$  como función del radio  $r_0$  de las barras de uranio para  
 número de celdas  $N$  constante y altura  $H = 100$  cm.



## 6 GEOMETRIA DE LA LATIZ EXAGONAL

Aun cuando la masa ha sido tratada en las secciones anteriores como una variable continua, conviene recordar que en una latiz exagonal la masa de uranio sólo puede tomar valores discretos que dependen de  $r_0$ ,  $r_v$  y del número de  $N$  de celdas.

La figura 26 muestra un arreglo típico de latiz exagonal con las barras colocadas en capas exagonales alrededor del eje; denotando por " $n$ " al número de capas completas, el número de barras está dado por

$$N = n^2 + (2n + 1)(n + 1) \quad (23)$$

La figura 27 contiene tres familias de curvas que dan la geometría completa de la latiz exagonal. La primera familia es del paso " $a$ " de la latiz contra  $r_v$  para  $r_0$  constante, la segunda da el radio externo  $R$  contra el paso " $a$ " para el número de celdas  $N$  constante, y la tercera de la altura  $H$  contra  $R$  para condiciones mínimas de volúmen. Finalmente, la figura 28 muestra las gráficas de  $M_u$  contra  $r_0$  para  $N$  constante y  $H = 100$  cm, de modo que con la altura obtenida de la figura anterior se puede obtener por una simple multiplicación de la masa de uranio correspondiente.

## 7 CONCLUSION

Los resultados de este trabajo pueden facilitar mucho el diseño preliminar de un reactor subcrítico independientemente del aspecto del problema que se considere inicialmente, ya sea que se fije la cantidad de uranio, o el radio de las barras

de combustible, o la amplificación deseada, y eventualmente, para hacer una comparación de los resultados calculados con los valores medidos experimentalmente.

Para terminar, los autores desean expresar su agradecimiento a los Dres. C. Vélez y A. Morales por sus valiosas sugerencias y discusiones, y al Sr. A. García de Mendoza por revisar algunos cálculos.



## REFERENCIAS

- 1 **Nucleonics, 16, 89 (1958)**
- 2 **I. Kaplan and J. Chernick, Proceedings of the International Conference of the Peaceful uses of Atomic Energy, Geneva (PICPUAE), 5, 295 (1955)**
- 3 **H. Kouts et al., PICPUAE, 5, 183 (1955)**
- 4 **N.A. Burgov, PICPUAE, 4, 305 (1955)**
- 5 **P.E. Spivak et al., PICPUAE, 4, 295 (1955)**
- 6 **J. Horowitz, PICPUAE, 5, 256, (1955)**
- 7 **Véase por ejemplo A. M. Weinberg and E.P. Wigner, The Physical Theory of Neutron Chain Reactors, The University of Chicago Press 1958, Ch. XVIII**
- 8 **A.M. Weinberg and E.P. Wigner, loc. cit. Ch. XIX**
- 9 **G.C. Tavemier, Belgo Nucleaire 2 (1960)**
- 10 **H. Kouts, Brookhaven National Laboratory, 348 (1955) y 2363 (1955)**
- 11 **Krautz, Westinghouse Atomic Power Division, 134 y 151.**
- 12 **H. Kouts et al, ref.(3), también A.M. Weinberg and E.P. Wigner, loc. cit. Ch. XX**
- 13 **Reactor Handbook Physics (RHP), McGraw-Hill 1955, p 501**
- 14 **L.B. Borst, Nucleonics 14, 66 (1956)**
- 15 **R. Peerson, Nucleonics 12, 26 (1954)**
- 16 **H. Kouts et al., PICPUAE, 12, 446 (1958)**
- 17 **J. Chemick, RHP, pp 499, 500**
- 18 **S. Krasik and A. Radkowsky, PICPUAE, 5, 203 (1955)**