

DISEÑO DE CONTADORES 4π
CON ANTICOINCIDENCIA MUTUA II

T. A. Brody y J. Calvillo
Instituto de Física, UNAM
(Recibido: 3 de Dic. de 1963)

RESUMEN

A theoretical study of the mutual-anticoincidence principle (Alba 1959) by means of Monte Carlo methods gives comparative values for the reduction in background counts of 4π -counters with 2 anodes and various geometries and with 8 anodes. A cylindrical counter with 2 anodes gives experimental results which differ from the theory because of changes in the sensitive volumes, but confirm the usefulness of the mutual-anticoincidence principle.

I

En un trabajo anterior (Alba, 1959) se describió el principio de antioinci-

dencia mutua* para contadores 4π , formados por dos mitades con geometría 2π : la probabilidad de que una radiación de fondo dispare ambas mitades es mayor que para una partícula emitida por la muestra colocada entre las dos mitades de geometría 2π . Si los pulsos generados simultáneamente por ambas mitades son eliminados electrónicamente, el fondo se reduce sin afectar el conteo de la muestra.

La bondad de l principio de anticoincidencia mutua dependerá principalmente de dos factores: la forma geométrica del contador y la intensidad direccional de la radiación del fondo. Para este último factor podemos considerar que lo esencial del fondo registrado por el contador tiene como origen la radiación cósmica, ya que en general todos los contadores se protegen con una coraza y ésta absorbe la mayor parte de la componente suave de la radiación cósmica (Jánossy, 1950) - así como también la radiación proveniente del medio ambiente.

Excepto para las formas geométricas más sencillas, la integración sobre la distribución angular de radiación cósmica no es posible por métodos analíticos; pero como se deseaba obtener una indicación teórica de cuáles geometrías merecen un estudio experimental, se decidió examinar diferentes formas de contador por el método de Monte Carlo.

Como el principio de anticoincidencia mutua se puede extender a contadores que posean más de dos ánodos, se hizo también un cálculo para un contador esférico dividido en octantes.

La dependencia de la intensidad direccional de radiación cósmica en la atmósfera con el ángulo cenital θ , está dada aproximadamente (Ray, 1961) por la función

$$J = J(0) \cos^n \theta \quad (1)$$

donde $J(0)$ es la intensidad en la dirección vertical del punto de observación ($\theta=0$). Esta fórmula no da en general gran exactitud, pero en la mayoría de los casos prácticos es adecuada. La n varía desde ~ 2 al nivel del mar, hasta cero en el tope de la atmósfera.

* En el presente trabajo se emplea la expresión "anticoincidencia mutua" en preferencia a "anticoincidencia doble", usada en Alba (1959).

La variación de la intensidad en función del ángulo azimutal ϕ es importante sólo cerca del ecuador. A latitudes medias (Ray, 1961) la variación azimutal es menor que el 10% dentro de los errores estadísticos; por esta razón supondremos que la distribución azimutal es isotrópica.

Los cálculos se efectuaron para $n = 0$, $n = 2$ y además para $n = 1.8125$ y $n = 2.214286$; esto último se hizo con objeto de observar la influencia en los resultados de una pequeña variación en el exponente n . Estos valores particulares se escogieron para simplificar el cálculo, como se describe más adelante.

En la sección II se describe el método de Monte Carlo empleado y los resultados obtenidos para diferentes geometrías. En la sección III se presentan algunos datos experimentales obtenidos mediante dos contadores, uno esférico y el otro cilíndrico, construídos para emplearse con el principio de la anticoincidencia mutua.

II

En el cálculo que se hace para el principio de anticoincidencia mutua, se supone que las partículas no absorbidas por la coraza o las paredes del contador son penetrantes y atraviesan el contador sin desviarse de su trayectoria, disparándolo, pero sin que se efectúe ningún proceso secundario. El problema por resolver se reduce entonces a determinar la fracción de las trayectorias que atraviesan el diafragma que separa los contadores.

Todo el cálculo se efectuó en una máquina IBM, tipo 650. Para la programación se escogió el lenguaje ensamblador SOAP III (Knuth, 1958), el cual hace que el tiempo de producción sea mínimo.*.

El programa se dividió en dos partes (Fig. 1). La primera consiste en la generación de trayectorias a partir de dígitos al azar, así como del control necesario para sacar los resultados de la máquina. La segunda comprende todo el problema relacionado con la geometría de los contadores. De esta manera es posible pasar de una geometría a otra con sólo cambiar la segunda parte del programa.

Para cada trayectoria se usaron cuatro coordenadas: los dos ángulos θ y ϕ dan su dirección, y las dos coordenadas η y ξ dan su punto de intersección en el plano horizontal. La figura 2 muestra como se definieron estas coordenadas.

*Se agradecen al Centro Electrónico de Cálculo de la Universidad Nacional de México las facilidades prestadas para realizar el presente trabajo.

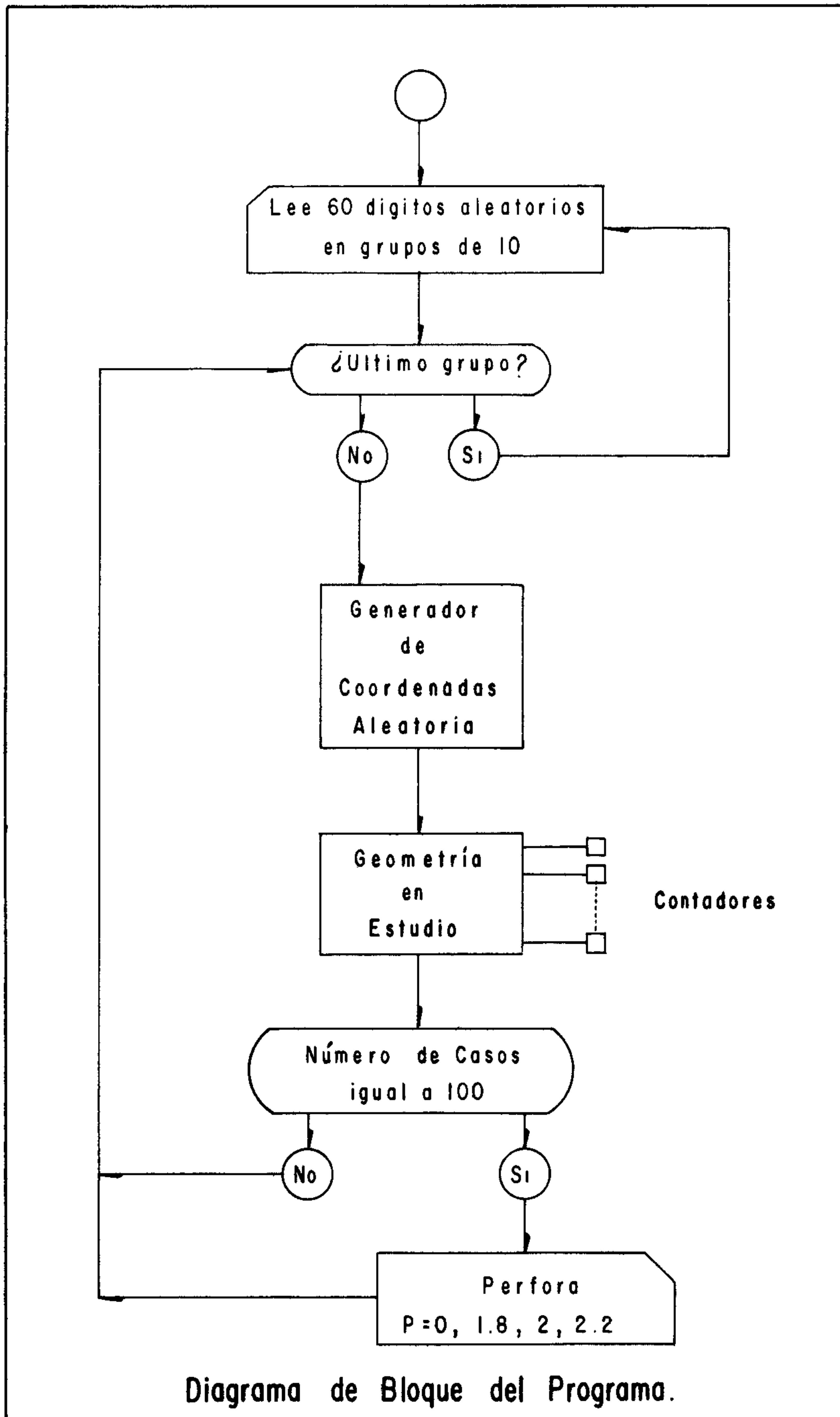


Diagrama de Bloque del Programa.

Fig. 1

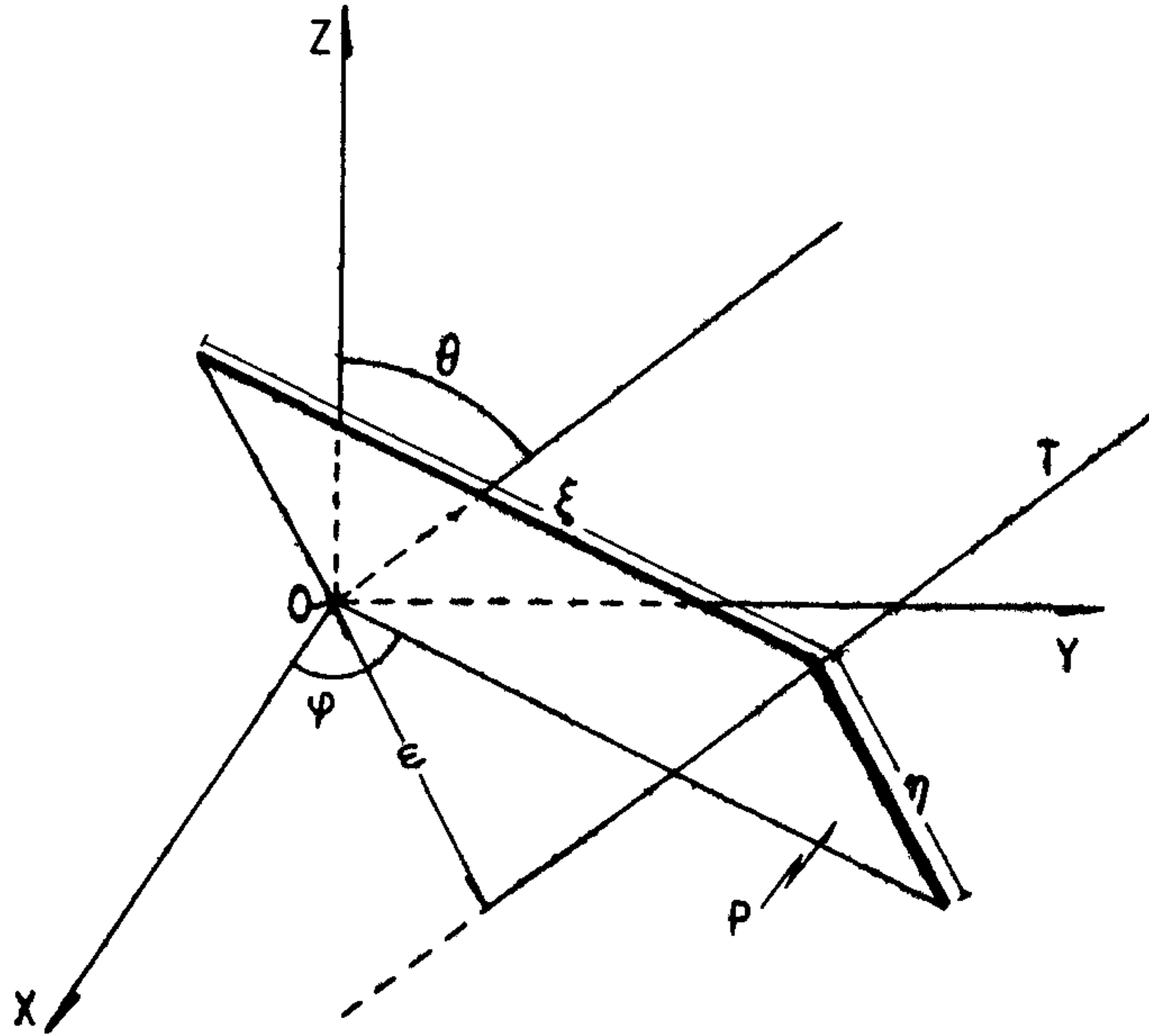


Fig. 2

Los dígitos al azar necesarios para la producción de las trayectorias se tomaron de tarjetas ya perforadas con dígitos al azar distribuidos uniformemente en el intervalo $(0,1)$, a razón de 60 por tarjeta. De estos 60, se usaron 10 para la producción de una sola trayectoria. Para cada trayectoria se necesitan cuatro números; para la producción de los restantes se utilizó el proceso aritmético conocido con el nombre de "método de la parte central del cuadrado" (Tausky, 1956; Hammer, 1951).

Tres de las coordenadas que definen una trayectoria tienen distribuciones uniformes, en las gamas siguientes :

$$\begin{aligned}
 0 &\leq \phi \leq 2\pi \\
 -1 &\leq \eta \leq 1 \\
 -1 &\leq \xi \leq 1
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Más que la obtención de la coordenada θ (cuyo rango de variación es

$0 \leq \theta \leq 90^\circ$) interesa la de $\mu = \cos \theta$, cuya distribución es como μ^n (Ec. 1) con un rango de variación $0 \leq \mu \leq 1$. Como es bien sabido, esta distribución se obtiene si μ es una solución de la ecuación

$$\epsilon = \int_0^\mu (n+1) x^n dx \quad (3)$$

en donde ϵ es un número aleatorio uniformemente distribuido sobre el intervalo $0 \leq \epsilon \leq 1$. En otros términos, dado ϵ , se calcula

$$\mu = (1 - \epsilon)^{1/n+1} = \epsilon'^{1/n+1} \quad (4)$$

El cambio de ϵ a ϵ' no afecta el valor de μ ya que si ϵ está distribuida uniformemente en el rango $(0,1)$, lo está también $1 - \epsilon'$.

El cálculo de la ecuación 4 para el valor $n = 0$ no presenta ningún problema ($\mu_0 = \epsilon'$). Para el valor $n = 2$ la ecuación 4 se reduce a $\mu_2 = \epsilon'^{1/3}$; este valor se obtiene mediante una subrutina de raíz cúbica programada usando el método de Newton y Raphson (Kunz, 1957). Para valores de n cercanos a 2 este método hubiera sido inconveniente; se calculó la raíz decimoquinta de μ_2 o sea la raíz cuadragesimoquinta de μ_0 ; dividiendo y multiplicando por esta raíz, se obtienen μ_2 y μ_3 que corresponden respectivamente a:

$$\begin{aligned} n = 1.8125 & & \mu_1 &= \mu_2 \sqrt[15]{\mu_2} \\ n = 2.214286 & & \mu_3 &= \mu_2 / \sqrt[15]{\mu_2} \end{aligned} \quad (5)$$

Todas las geometrías de contadores que se estudien deberán estar contenidas dentro de un volumen finito. En el presente trabajo todas las geometrías estudiadas se encuentran dentro de una esfera de radio unidad. Las geometrías calculadas van precedidas por una decisión lógica ($\eta^2 + \xi^2 \leq 1$ o no) que nos permite eliminar desde un principio aquellas trayectorias que carecen de interés.

La primera geometría estudiada fué la de un contador esférico de radio igual a uno, con centro en el origen (Fig. 2) y dividido en hemisferios por el plano horizontal (plano xy). El interés en esta geometría se debe a que es posible calcularla analíticamente, lo que nos permite confirmar la bondad del método usado.

Analíticamente, el número total de trayectorias que atraviesan el contador está dado por (Ec. 1)

$$N = J(0) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^n \theta \operatorname{sen} \theta d\theta d\varphi = \frac{2\pi J(0)}{n+1} \quad (6)$$

La fracción que atraviesa los dos hemisferios se puede encontrar calculando el número de trayectorias que atraviesan la porción del plano que divide a los dos hemisferios; como se ve en la figura 3, estas trayectorias atraviesan también la proyección elíptica de esta porción sobre un plano perpendicular a la dirección de las partículas.

$$M = J(0) \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \cos^{n+1} \theta \operatorname{sen} \theta d\theta d\varphi = \frac{2\pi J(0)}{n+2} \quad (7)$$

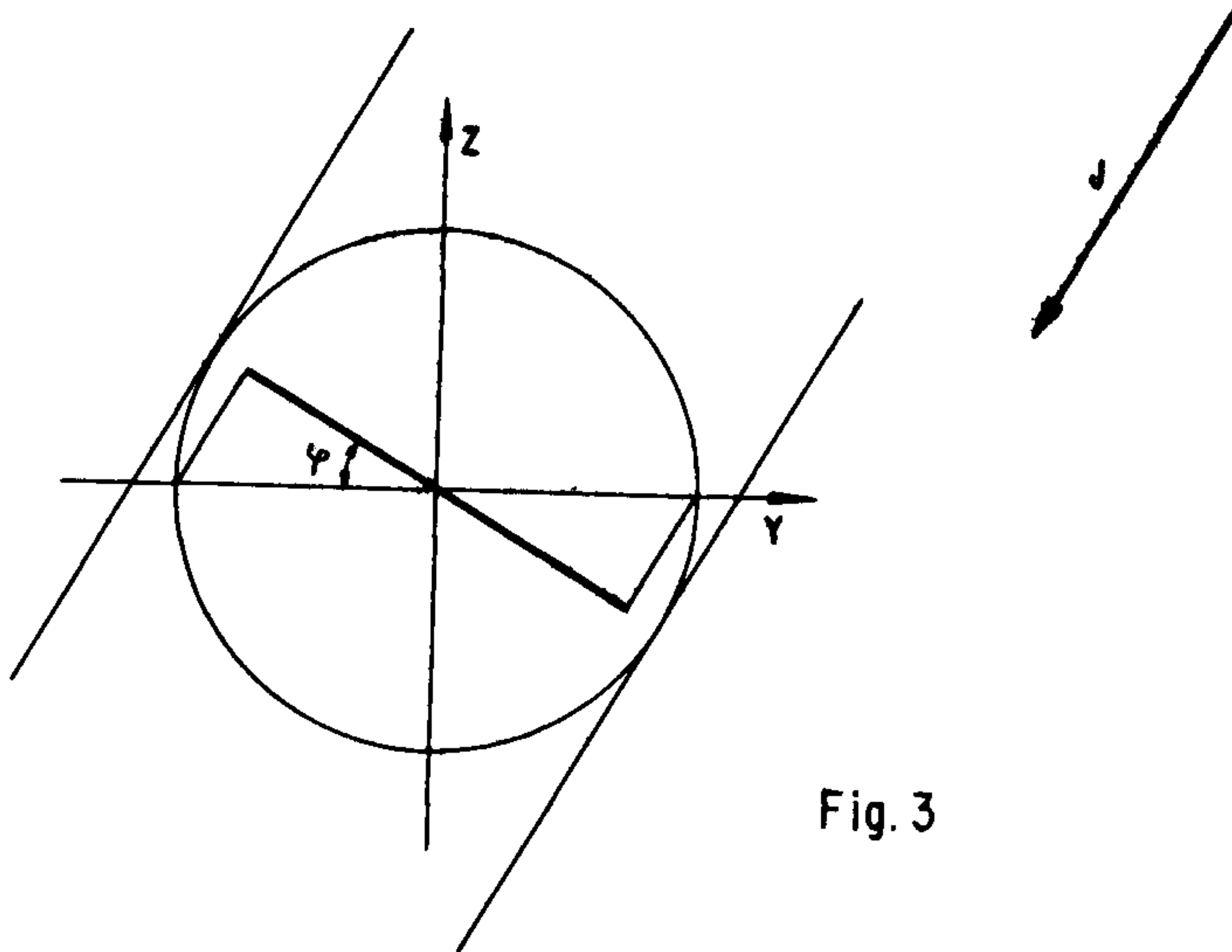


Fig. 3

Combinando estos dos resultados, obtenemos la fracción de partículas que atraviesan los dos hemisferios, o dicho de otra manera, la probabilidad de que una partícula de fondo sea eliminada por el circuito de anticoincidencia.

$$p = \frac{M}{N} = \frac{n + 1}{n + 2} \quad (8)$$

El valor de p para los diferentes valores de n se encuentra en la Tabla I.

Tabla I
Resultados del contador esférico dividido en hemisferios

n	Probabilidad de eliminar el fondo (analítico)	Probabilidad de eliminar el fondo (Monte Carlo)	$\text{erf}(t/\sqrt{2})$
0	.5000	.499	>0.9999
1.8125	.7377	.738	>0.9999
2	.7500	.753	>0.9999
2.214286	.7627	.764	>0.9999

En el cálculo de esta geometría mediante el método de Monte Carlo se usaron varias condiciones que nos permiten decidir si la trayectoria de la partícula generada atraviesa ambos hemisferios, o solamente el superior ($\eta > 0$) o el inferior ($\eta \leq 0$). Para probar si la trayectoria atravesaba ambos hemisferios se calculó la distancia entre el origen y la traza de la partícula en el plano horizontal ω (ver fig. 2). Si $\omega^2 \leq 1$, atraviesa un solo hemisferio; si $\omega^2 > 1$ pasa por ambos hemisferios. El número total de trayectorias útiles probados fué de 6500 y los resultados para la probabilidad de eliminar el fondo se encuentran listados en la Tabla I.

Los resultados obtenidos por el método de Monte Carlo y el analítico se compararon (Cashwell, 1959) para la probabilidad de eliminar el fondo. La probabilidad fué siempre (Tabla I) mayor de 0.9999 (despreciando el residual) (Uspensky, 1937) para un error del 5% ($\delta = 0.05$). Los resultados anteriormente expuestos nos permiten asegurar que los cálculos referentes a la generación de trayectorias así como a la geometría esférica, no contienen errores.

Como segunda geometría se estudió la de un contador formado por dos contadores cilíndricos de igual tamaño, cuyos ejes coinciden en el eje vertical (eje zz' , Fig. 2), y su plano de separación con el plano horizontal (plano xy). Esta geometría se estudió para diferentes valores de la razón S de la altura del cilindro al radio ($S = \frac{a}{r}$). Los diferentes valores de la razón estudiada se encuentran listados en la Tabla II. El valor $S = .448$ corresponde a un contador experimental. La geometría cilíndrica sólo se resolvió por el método de Monte Carlo.

Las condiciones que nos determinan el lugar por donde pasa la partícula, se encuentra a partir de las alturas l_1 y l_2 sobre el plano horizontal (plano xy) de los dos puntos en que la trayectoria de la partícula corta la pared del cilindro de radio r .

La prueba usada para determinar si la partícula atraviesa ambos contadores fué: $l_1 l_2 < 0$. La prueba correspondiente para determinar si la partícula atravesaba el contador superior fué $(l_1 > 0) \wedge (l_2 > 0) \wedge [l_1 < a] \vee [l_2 < a]$. Pruebas análogas se usaron para el inferior.

Los resultados obtenidos se encuentran listados en la Tabla II y se analizaron para un nivel de confianza de 0.95.

En la figura 4 se encuentran graficados los valores obtenidos para el contador esférico dividido en hemisferios para los valores de $n = 0$ y $n = 2$. De la figura se ve que la probabilidad de eliminar el fondo en el contador cilíndrico aumenta a medida que se reduce la razón S . También se puede observar que el cambio en la probabilidad al introducir una pequeña variación alrededor de $n = 2$ es despreciable ya que la máxima obtenida fué menor del 1.5% y está comprendida dentro de los errores estadísticos.

Se analizó también una esfera de radio unidad con centro en el origen y dividida en octantes por medio de tres planos perpendiculares entre sí. Los planos (Fig. 2) son xy , xz y yz .

Los octantes del contador atravesados por la partícula se investigan a partir de la distancia ρ entre el origen y la traza de la partícula sobre los planos que dividen al espacio en octantes. Las pruebas usadas fueron

$$\rho_{xy} < 1, \rho_{xz} < 1, \rho_{yz} < 1 \quad (9)$$

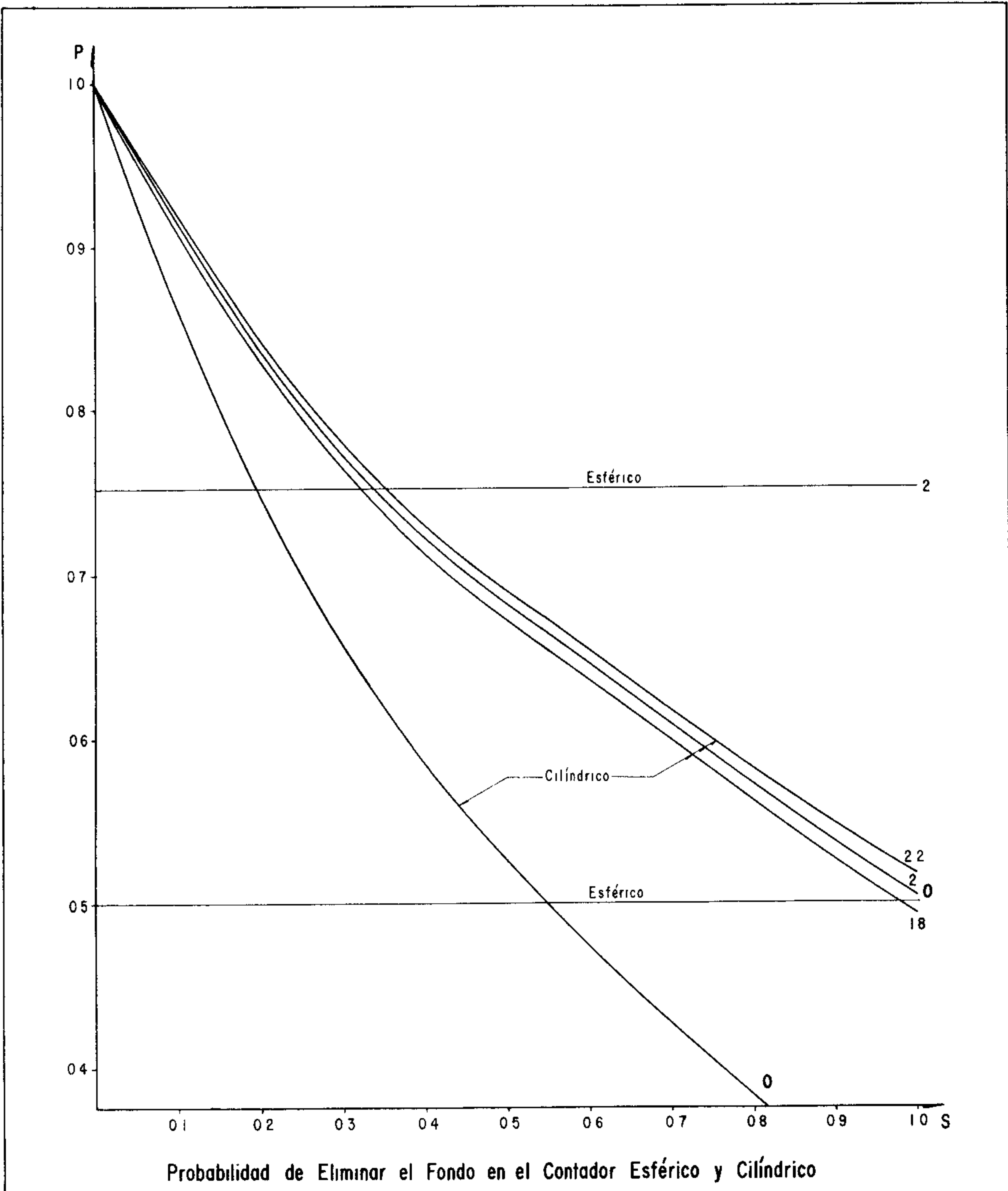


Fig. 4

que nos permiten conocer tanto el número de octantes que atraviesa la partícula, como los planos que dividen dichos octantes. Los resultados en forma de probabilidad de atravesar los octantes se encuentran listados en la Tabla III con sus errores para un nivel de confianza de 0.95. De estos resultados se puede deducir la probabilidad de eliminar el fondo, para diferentes combinaciones de anticoincidencia. Estas combinaciones se calcularon, suponiendo siempre que se conectan cuatro octantes (numerados 1, 2, 3, 4 por encima del plano xy con 5 por debajo de 1, 6 por debajo de 2, etc.) a cada uno de los canales de entrada del circuito de anticoincidencia y se encuentran listados en la Tabla IV.

Tabla IV
Probabilidad de eliminar el fondo para
diferentes combinaciones de anticoincidencia

Canal 1	Canal 2	$n = 0$	$n = 1.8125$	$n = 2$	$n = 2.2143$
1,2,3,4	5,6,7,8	.504	.742	.756	.768
1,2,7,8	3,4,5,6	.752	.828	.834	.838
1,3,6,8	2,4,5,7	.875	.885	.885	.885

Los valores obtenidos para la primera combinación calculada corresponden a un contador dividido en hemisferios; el valor obtenido concuerda con los resultados analíticos y los obtenidos por el método de Monte Carlo (Tabla I). Con la última de las combinaciones tabuladas se encontró un aumento considerable en la probabilidad de eliminar el fondo, así como una relativa insensibilidad al valor de n usado. Por estas razones se está iniciando la construcción de un contador con estas características.

El circuito de anticoincidencia* usado, posee cuatro salidas diseñadas para ser acopladas a escaladores que acepten pulsos negativos. En las salidas E_1 (Fig. 5) se pueden contar los pulsos que entran por cada uno de los canales de entrada. La salida E_2 da un pulso de salida cuando haya pulsos en cada uno de los

* El circuito de anticoincidencia fué diseñado por el Ing. Manuel Diego, de la Comisión Nacional de Energía Nuclear de México, a quien agradecemos su amable ayuda.

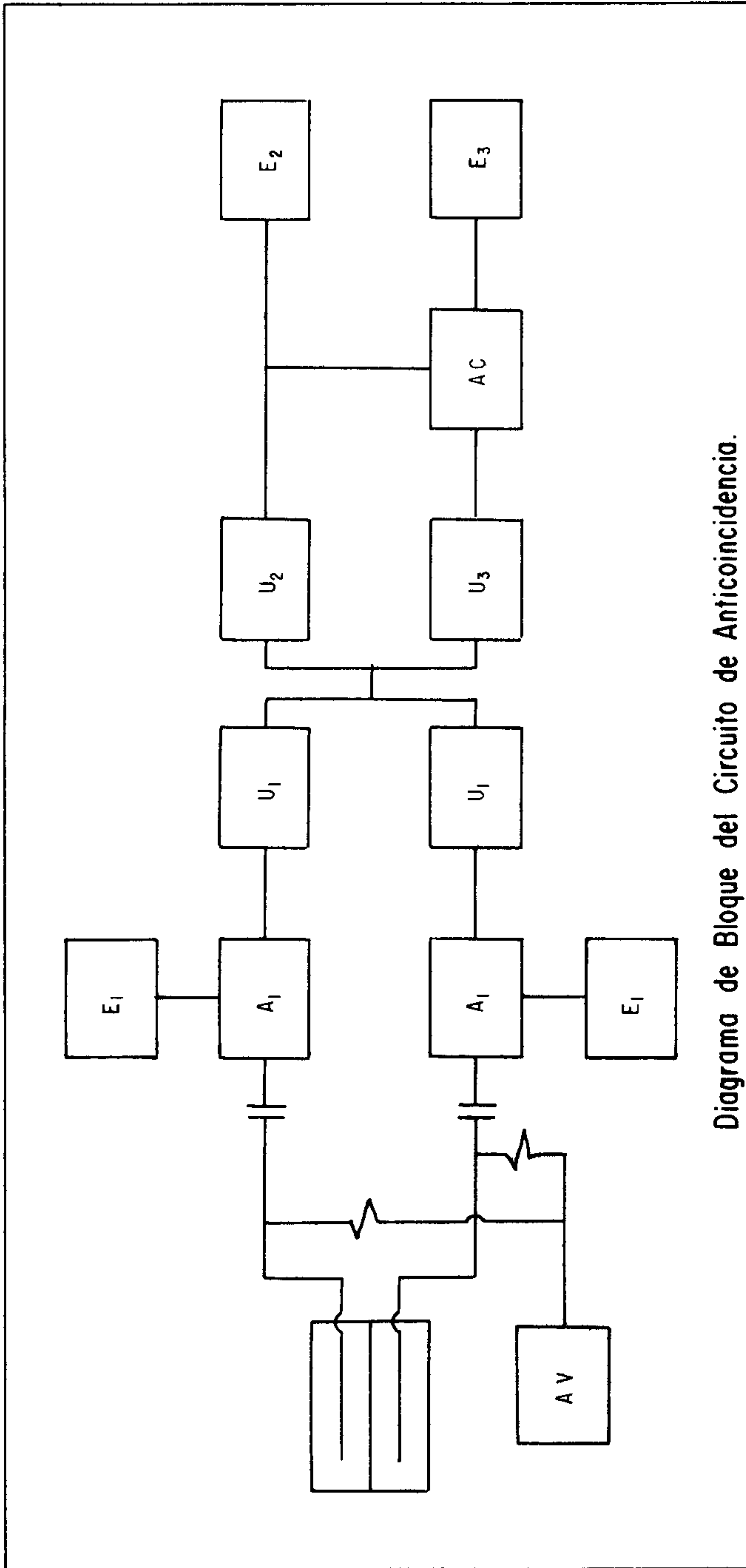


Diagrama de Bloque del Circuito de Anticoincidencia.

Fig. 5

canales o en los dos simultáneamente. En la salida E_3 se tienen pulsos que no ocurren simultáneamente en los canales de entrada.

El contador cilíndrico fué torneado en acero inoxidable con un diámetro de 67 mm y una altura de 15 mm (Fig. 6) que corresponden al calculado para $S = .448$. La separación entre los dos contadores se logró por medio de uno o dos diafragmas de mylar aluminizado; cuando la muestra a contar se evapora en el diafragma se usa uno solamente, pero si la muestra va sellada en polietileno se hace necesario usar dos diafragmas, ya que en este caso el volumen de la muestra altera el campo del contador superior, reduciendo el volumen sensible del mismo y por tanto bajando su eficiencia. El ánodo es un alambre de tungsteno de un diámetro de 0.36 mm que atraviesa el contador por la mitad, paralelo al diafragma.

El contador se diseñó para operar en la región Geiger con flujo de gas Q (99.25% de helio y 0.75% de butano); el flujo de operación fué medido con un flúxmetro y fué de 6 litros por hora o más.

El contador sin ninguna protección y trabajando en posición horizontal, dió un valor (Tabla V) para la probabilidad de eliminar el fondo de .32. Para tener un índice de la contribución de la radiación del medio ambiente se rodeó al contador, en posición horizontal, con una pared de ladrillos de plomo de un espesor de 5 cm (que elimina sólo radiaciones de baja energía), obteniéndose un valor de .34 para la probabilidad de eliminar el fondo (Tabla V). Se probó después el efecto de una caraza de 10 cm de plomo con revestimiento interior de hojalata. En esta caraza y con el contador en posición horizontal (Tabla V), se obtuvo un valor de .32, que concuerda con los obtenidos con anterioridad. También dentro de la caraza y con el eje del contador inclinado 60° respecto a la vertical se obtuvo un valor de .25, valor que estadísticamente es diferente a los obtenidos con el contador en posición horizontal. Este resultado justifica el haber supuesto a la radiación cósmica distribuida cenitalmente. Por último, debido a que el volumen sensible de un contador (Wilkinson, 1950) varía en algunos casos con el voltaje de operación, se efectuó un conteo dentro de la caraza en posición horizontal aumentándose el voltaje de operación (Tabla V), obteniéndose un valor de .35, lo que es consistente con las pruebas efectuadas en las mismas condiciones.

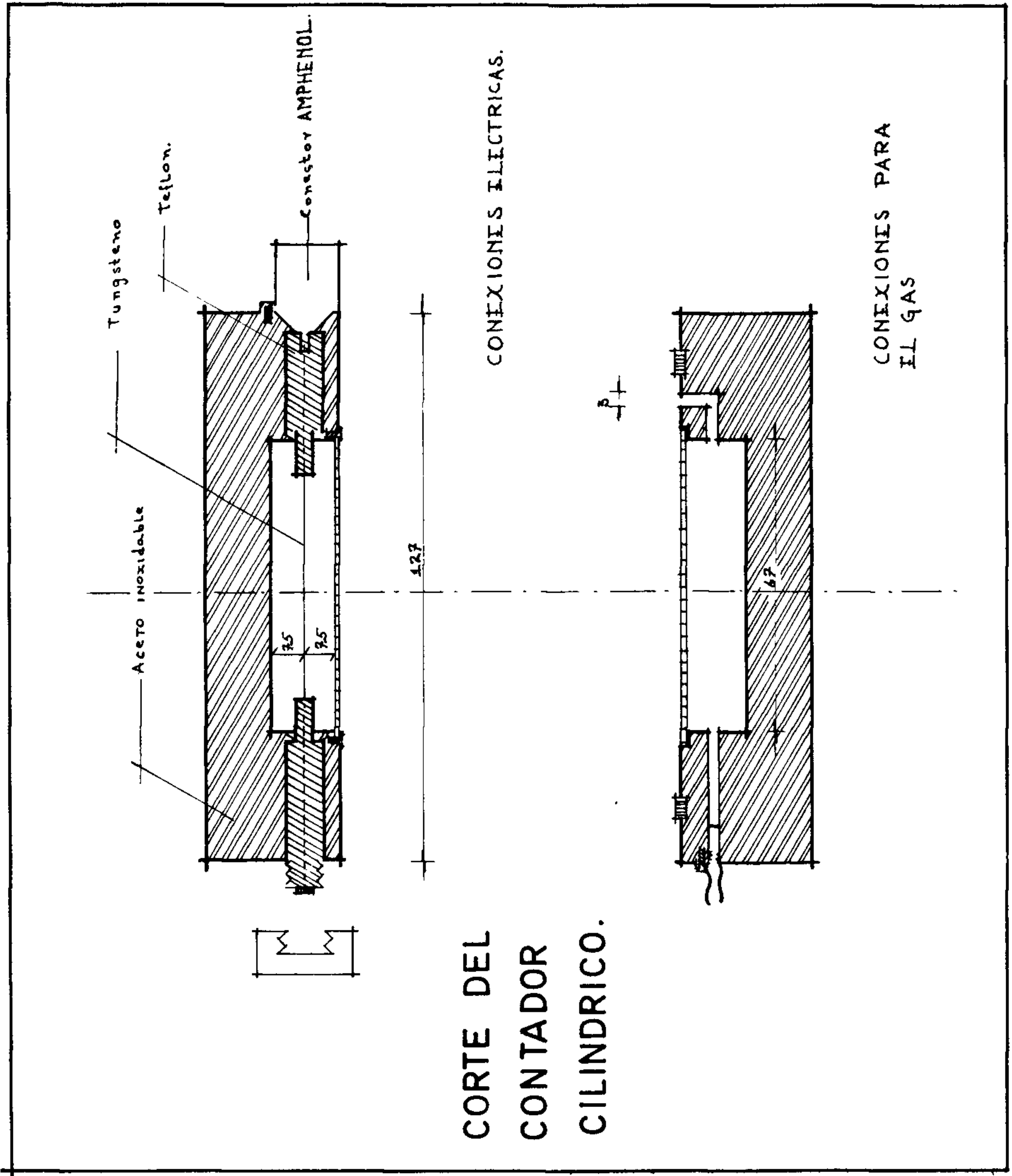
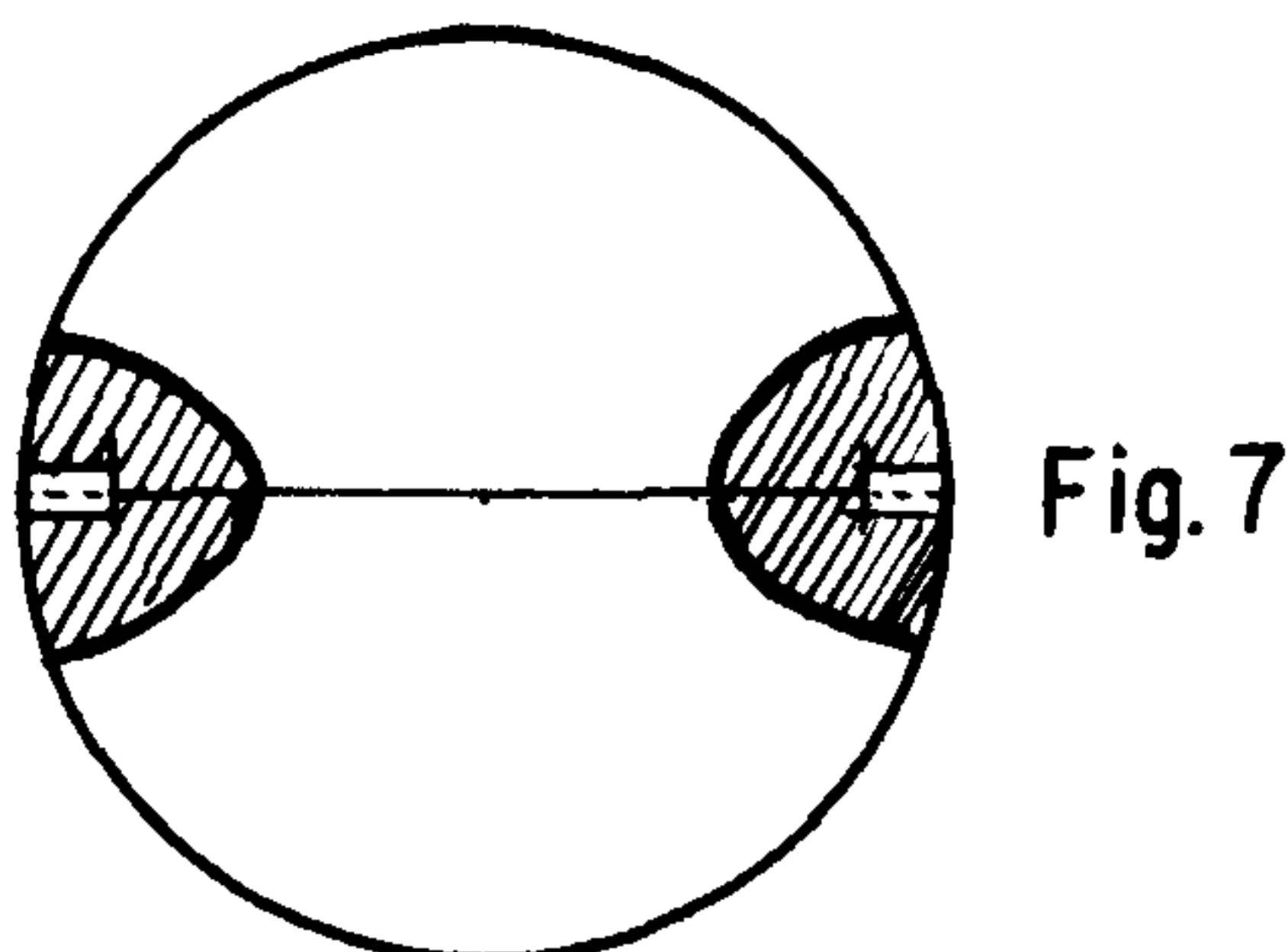


Fig. 6

De estas pruebas resulta que la probabilidad para eliminar el fondo es aproximadamente 32%. Si comparamos este valor experimental con el obtenido por el método de Monte Carlo para $S = .448$ (Tabla II) vemos que está fuera de lo esperado. Esta diferencia tan grande entre los resultados experimentales y los de Monte Carlo es explicable, ya que para obtener una buena concordancia, debemos exigir que el volúmen sensible del contador coincidiera con el volúmen geométrico del calculado, pero el volúmen sensible (Wilkinson, 1950) obtenido tiene aproximadamente la forma mostrada en la figura 7, es decir, tiene una deformación importante. En vista de este factor, los resultados experimentales no pueden ser comparados con los calculados por el método de Monte Carlo. Se está diseñando un contador cuyo volúmen sensible tenga una forma más semejante a la del usado para el cálculo.



El contador esférico dividido en hemisferios fué probado por Alba et al. (1959) usando una técnica electrónica diferente, y en el presente trabajo sólo se presentan los resultados obtenidos por dichos investigadores (Tabla VI).

Tabla VI

Reducción de fondo en el contador esférico

	Conteo total c.p.m.	Anticoincidencia c.p.m.	Probabilidad de contar el fondo	Probabilidad de eliminar el fondo
Sin coraza	82.6	39.3	.48	.52
Coraza de Pb	54.21 ± 0.27	23.03 ± 0.18	.42 ± .00	.58 ± .00
Coraza de Pb + Hg	52.46 ± 0.48	23.42 ± 0.32	.45 ± .01	.55 ± .01

La probabilidad experimental obtenida para eliminar el fondo con el contador esférico fué de .58, valor que corresponde (Ec. 8) a $n = .38$. En la prueba efectuada con este contador se eliminó una gran parte de la radiación cósmica cercana a la vertical, ya que el contador estaba colocado en el décimo piso de un edificio de catorce; ésta puede ser la explicación del bajo valor experimental comparado con el analítico para $n = 2$.

En resumen, podemos decir que el cálculo para la probabilidad de eliminar el fondo por el principio de anticoincidencia mutua usando el método de Monte Carlo, proporciona indicaciones concordantes con los resultados experimentales, siempre y cuando el volúmen sensible del contador coincida con el volúmen geométrico calculado.

Los resultados obtenidos con el principio de anticoincidencia mutua, muestran que la construcción de contadores (cuidando su volúmen sensible) basándose en este principio, merece un desarrollo ulterior, no sólo para geometrías formadas a partir de dos ánodos, sino también para contadores que posean más de dos ánodos.

REFERENCIAS

- Alba A., F., T. A. Brody e I. Castro, *Rev. Mex. Fis.*, 8,117 (1959).
- Cashwell, E. D. y C. V. Everett, *Monte Carlo Method*, Pergamon Press, p. 128. (1959).
- Hammer, P. C., *The Mid-Square Method of Generating Digits*, en *Monte Carlo Method*, N.B.S., Applied Mathematics Series 12, p. 33. (1951).
- Jánossy, L., *Cosmic Rays*, Oxford University Press, p. 225. (1950).
- Knuth, D. E., *Case SOAP III*, Case Institute of Technology, Cleveland. (1958).
- Kunz, K. S., *Numerical Analysis*, McGraw-Hill, p. 12. (1957).
- Ray, E. C., *Experimental Results of Flights in the Stratosphere*, *Handbuch der Physik*, Vol XLVI/1, Springer Verlag, p. 133. (1961).
- Taussky, O., y J. Todd, *Generation of Pseudo-Random Numbers*, en Meyer, Sym-

posium on Monte Carlo Method, Wiley, p. 16. (1956).

Uspensky, J. V., Introduction to Mathematical Probability, McGraw-Hill, p. 132. (1937).

Wilkinson, S. H., Ionization Chambers and Counters, Cambridge University Press, p. 222. (1950).

TABLA II

**Probabilidad de eliminar el fondo para la
geometría cilíndrica.**

<i>s</i>	<i>n</i> = 0	<i>n</i> = 1.8125	<i>n</i> = 2	<i>n</i> = 2.214286
0.1	.860 ± .013	.909 ± .009	.916 ± .009	.919 ± .009
0.2	.749 ± .016	.839 ± .012	.848 ± .011	.853 ± .011
0.3	.657 ± .018	.781 ± .014	.789 ± .014	.794 ± .014
0.448	.557 ± .016	.694 ± .014	.701 ± .014	.710 ± .014
0.55	.500 ± .018	.652 ± .016	.662 ± .016	.672 ± .016
0.7	.438 ± .017	.594 ± .016	.601 ± .016	.614 ± .016
0.9	.362 ± .016	.524 ± .017	.533 ± .017	.547 ± .017
1.0	.335 ± .015	.484 ± .015	.494 ± .015	.504 ± .015

TABLA III

Probabilidad de eliminar el fondo para la geometría esférica dividida en octantes.

	$n = 0$	$n = 1.8125$	$n = 2$	$n = 2.214286$
1 octante	.125 ± .008	.116 ± .008	.115 ± .008	.115 ± .008
2 octantes yz	.123 ± .008	.056 ± .006	.051 ± .005	.047 ± .005
2 octantes xz	.122 ± .008	.052 ± .005	.048 ± .005	.044 ± .005
2 octantes xy	.131 ± .008	.275 ± .011	.287 ± .011	.298 ± .011
3 octantes yz, xz	.126 ± .009	.035 ± .004	.030 ± .004	.027 ± .004
3 octantes yz, xy	.123 ± .008	.170 ± .009	.171 ± .009	.173 ± .009
3 octantes xz, xy	.122 ± .008	.168 ± .009	.171 ± .009	.171 ± .009
4 octantes yz, xz, xy.	.128 ± .008	.128 ± .008	.128 ± .008	.126 ± .008

TABLA V

Reducción de fondo en el contador cilíndrico.

	Eje del contador	Voltaje de operación	Conteo total c.p.m.	Anticoincidencia c.p.m.	Probabilidad de contar el fondo	Probabilidad de eliminar el fondo
	Vertical	1300	110.82 ± 1.05	74.93 ± 0.87	.68 ± .01	.32 ± .01
	Vertical	1300	93.21 ± 0.97	61.64 ± 0.79	.66 ± .01	.34 ± .01
	Vertical	1300	56.79 ± 0.75	38.39 ± 0.62	.68 ± .01	.32 ± .01
	60° de la Vertical	1300	52.03 ± 0.92	38.90 ± 0.79	.74 ± .02	.26 ± .02
	Vertical	1350	55.90 ± 0.75	36.21 ± 0.60	.65 ± .01	.35 ± .01