Antenas pre-fractales en medicina: fundamentos geométricos, desempeño electromagnético y aplicaciones diagnósticas

L. González-Zamora[a] S. S. Hidalgo-Tobón[a,b,*] y M. A. Quiroz-Juarez[c]

[a] *Departamento de Física, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa (UAM-I), Ciudad de México, 09340, CDMX, México.*
orcid: 0000-0001-7207-4576
[b] *Departamento de Imagenología, Hospital Infantil de México Federico Gómez, Ciudad de México, 06720, CDMX, México.*
[*] *e-mail: shid@xanum.uam.mx*
orcid: 0000-0002-3025-0989
[c] *Centro de Física Aplicada y Tecnología Avanzada, Universidad Nacional Autónoma de México, Boulevard Juriquilla 3001, Querétaro, 76230, México.*
orcid: 0000-0002-5995-9510

Received 11 march 2026; accepted 15 june 2026

Las antenas pre-fractales, basadas en geometrías auto-semejantes de tipo Sierpinski y Koch, han emergido como una alternativa atractiva para el diseño de dispositivos de radiofrecuencia en escenarios donde se requiere miniaturización, operación multibanda y control del diagrama de radiación. En este trabajo se presenta una revisión enfocada específicamente en aplicaciones médicas, en contraste con revisiones previas de carácter más general sobre antenas fractales orientadas a comunicaciones inalámbricas. Se integran tres niveles complementarios: i) el uso de la geometría y de la dimensión fractal para describir estructuras biológicas complejas y analizar imágenes médicas, ii) los fundamentos electromagnéticos necesarios para entender la radiación y el acoplamiento campo-tejido de antenas pre-fractales, y iii) estudios recientes que emplean geometrías pre-fractales y metafractales en detección temprana de cáncer de piel y de mama, sensores portátiles flexibles tipo "tatuaje electrónico" y bobinas para imagen por resonancia magnética multinuclear. Se discuten las ventajas en términos de tamaño, comportamiento multibanda y adaptabilidad mecánica, así como las principales limitaciones asociadas a la presencia de tejido biológico (desintonización, pérdidas y restricciones de SAR), la complejidad del modelado y los retos de fabricación. Esta visión unificada pretende servir como puente entre la física de antenas y la instrumentación biomédica, y como guía para el diseño de nuevas antenas pre-fractales orientadas a aplicaciones clínicas y preclínicas.

Descriptores: Antenas pre-fractales; geometría fractal; telemetría implantable; detección de cáncer; electrónica flexible; imagen por resonancia magnética.

Pre-fractal antennas based on self-similar geometries such as Sierpinski and Koch have emerged as an attractive alternative for designing radiofrequency devices in scenarios that demand miniaturization, multiband operation, and control of the radiation pattern. This work presents a review specifically focused on medical applications, in contrast to previous, more general reviews on fractal antennas aimed at wireless communication systems. Three complementary levels are integrated: (i) the use of fractal geometry and fractal dimension to describe complex biological structures and to analyze medical images, (ii) the electromagnetic foundations required to understand radiation and field-tissue coupling in pre-fractal antennas, and (iii) recent studies that employ pre-fractal and metafractal geometries for early detection of skin and breast cancer, flexible "electronic tattoo" wearable sensors, and coils for multinuclear magnetic resonance imaging. We discuss the advantages in terms of size reduction, multiband behavior, and mechanical adaptability, as well as the main limitations associated with the presence of biological tissue (detuning, additional losses, and SAR constraints), the complexity of modeling, and fabrication challenges. This unified perspective is intended to bridge antenna physics and biomedical instrumentation and to guide the design of new pre-fractal antennas oriented towards clinical and preclinical applications.

Keywords: Pre-fractal antennas; fractal geometry; implantable telemetry; cancer detection; flexible electronics; magnetic resonance imaging.

DOI: https://doi.org/10.31349/RevMexFis.72.061101

1. Introducción

Las antenas de radiofrecuencia empleadas en aplicaciones médicas suelen diseñarse para operar en bandas específicas, lo que limita su ancho de banda y restringe su uso a un conjunto reducido de frecuencias [1,2]. Esta situación ha motivado la búsqueda de estructuras capaces de combinar miniaturización, operación multibanda y buen control de los diagramas de radiación, entre las cuales las geometrías fractales han adquirido un papel destacado en las últimas décadas [3-10]. Diversos estudios han mostrado que el uso de configuraciones fractales permite reducir el tamaño físico de la antena y, al mismo tiempo, habilitar resonancias en múltiples bandas, con aplicaciones potenciales en comunicaciones

inalámbricas y sistemas biomédicos [3-7]. A diferencia de trabajos previos sobre geometría fractal y su aplicación al diseño de antenas orientados principalmente a sistemas de comunicación inalámbrica [11], el presente trabajo se distingue en varios aspectos fundamentales. En primer lugar, el enfoque está dirigido de manera explícita y exclusiva a aplicaciones médicas, integrando tres niveles complementarios que no se consideran de forma conjunta en la literatura previa: el uso de la dimensión fractal para describir y analizar estructuras biológicas complejas, los fundamentos electromagnéticos de la radiación y el acoplamiento campo–tejido, y las aplicaciones diagnósticas y de monitorización más recientes. En segundo lugar, se incorporan geometrías metafractales y estudios publicados hasta 2024, incluyendo bobinas fractales para imagen por resonancia magnética multinuclear, sensores flexibles tipo "tatuaje electrónico" y antenas compactas para detección de cáncer de piel y de mama, aplicaciones no abordadas en revisiones anteriores [11].

El término *fractal* fue acuñado por Mandelbrot en 1975 para describir figuras compuestas por partes similares a la forma completa, es decir, estructuras auto-semejantes a distintas escalas [12-14]. Estas formas se construyen a partir de reglas geométricas relativamente simples, pero pueden exhibir una complejidad muy elevada, con patrones que se repiten de manera recursiva en múltiples niveles de aumento [12,15]. La geometría fractal ha revolucionado la forma en que entendemos y medimos la complejidad de objetos irregulares, como el cuerpo humano, al proporcionar una caracterización más precisa de la irregularidad mediante la dimensión fractal, una medida numérica que cuantifica el nivel de complejidad más allá de las dimensiones enteras tradicionales [12,15]. Desde el punto de vista geométrico, se adopta la dimensión fractal auto-semejante para describir la complejidad de los patrones utilizados. Para construcciones ideales, la dimensión fractal puede escribirse como

$$D = \frac{\log(N)}{\log(1/r)}, \tag{1}$$

donde N es el número de copias auto-semejantes en que puede descomponerse la figura, es decir, cuántas piezas de menor tamaño reproducen exactamente la forma completa, y r es el factor de escala lineal entre cada copia y la figura original; un valor $r = 1/2$ indica que cada copia tiene la mitad del lado de la figura completa. La dimensión fractal D cuantifica numéricamente cuán eficientemente la estructura llena el espacio: valores entre 1 y 2 corresponden a figuras más complejas que una línea, pero menos densas que una superficie.

Para el triángulo de Sierpinski, por ejemplo, $N = 3$ y $r = 1/2$, lo que da $D = \log(3)/\log(2) \approx 1.585$ [8]. En el caso de geometrías de tipo Sierpinski, como la preforma triangular mostrada esquemáticamente en la Fig. 1, esta formulación permite relacionar, al menos cualitativamente, el orden de iteración con la aparición de ñuevos caminos de

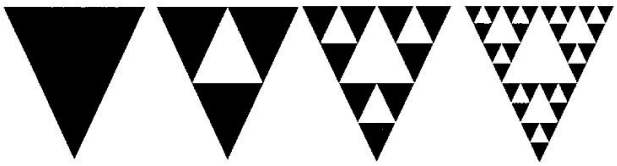


FIGURE 1. Construcción esquemática del triángulo de Sierpinski a partir de un triángulo equilátero inicial (iteración 0), eliminando recursivamente el subtriángulo central en cada iteración.

corriente y, en consecuencia, con la aparición de nuevas frecuencias de resonancia en la respuesta de la antena [1,5,12,15].

Las características principales de un fractal incluyen la auto-semejanza, donde una parte de la figura se asemeja a la forma completa, la dimensión fractal, usualmente fraccionaria y asociada con su complejidad, la construcción recursiva mediante iteraciones sucesivas, y la presencia de bordes y contornos altamente irregulares que lo distinguen de las figuras geométricas clásicas [14,15]. Ejemplos como la curva de Koch ilustran cómo una curva puede situarse entre una línea y una superficie en términos de complejidad, lo cual se refleja en valores de dimensión fractal mayores que uno y menores que dos [15]. En muchos casos, los fractales pueden considerarse de complejidad prácticamente ilimitada, puesto que surgen nuevos detalles estructurales conforme aumenta la resolución de observación [12,15].

En el ámbito médico, la dimensión fractal se ha empleado para caracterizar de manera más fiel estructuras biológicas intrínsecamente complejas, como neuronas, pulmones, intestinos y vasos sanguíneos, así como para analizar imágenes microscópicas y radiológicas con fines de diagnóstico y clasificación [16-20]. Esta capacidad de cuantificar la irregularidad ha dado lugar a nuevas herramientas para la detección y evaluación de enfermedades, en particular en oncología, donde el análisis fractal de masas y contornos celulares se ha utilizado para distinguir entre tejidos sanos y patológicos y para apoyar la clasificación de procesos metastásicos [16,17,19,20]. Un ejemplo representativo es el trabajo de Klein *et al.*, quienes emplearon análisis fractal de imágenes obtenidas mediante microscopía de contraste de interferencia en reflexión para diferenciar células tumorales pancreáticas, mostrando que la dimensión fractal de los contornos celulares permite distinguir líneas celulares tumorales con alta precisión. Estos estudios ilustran cómo la fractalidad actúa como descriptor de la morfología tisular, consolidándose como herramienta práctica para el diagnóstico de procesos patológicos complejos [20]. Ejemplos de estas aplicaciones suelen ilustrarse mediante imágenes de estructuras biológicas complejas, como las mostradas en la Fig. 2, donde la organización ramificada recuerda a los patrones fractales [18-20].

La misma propiedad de auto-semejanza que permite describir y cuantificar la complejidad de estructuras biológicas como vasos sanguíneos, pulmones y neuronas resulta intrínsecamente ventajosa en el diseño de antenas destinadas a operar en entornos biológicos [16,18]. Por un lado, la geometría pre-fractal permite incrementar la longitud eléctrica

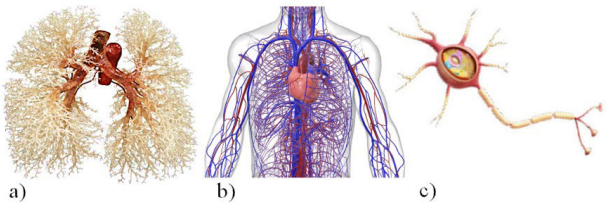


FIGURE 2. Ejemplos de estructuras biológicas que exhiben patrones ramificados con morfología de tipo fractal: a) árbol bronquial, b) red vascular, c) arborización dendrítica.

efectiva de la antena sin aumentar proporcionalmente sus dimensiones físicas, lo que facilita la miniaturización necesaria para integrar antenas en dispositivos implantables o portátiles [3-7]. Por otro lado, la coexistencia de múltiples escalas geométricas dentro de una misma estructura favorece la aparición de resonancias en varias bandas de frecuencia de interés diagnóstico o terapéutico [4,5,9,10]. En este sentido, la fractalidad no es únicamente una herramienta descriptiva de la morfología biológica, sino también un principio de diseño que permite adaptar las propiedades electromagnéticas de la antena a los requerimientos específicos del entorno médico. En la práctica, las estructuras fractales ideales no pueden construirse físicamente, por lo que se recurre a aproximaciones de orden finito denominadas *pre-fractales*, obtenidas tras un número limitado n de iteraciones del proceso geométrico generador [8,15]. Por su parte, los *metafractales* combinan geometrías pre-fractales con materiales con propiedades electromagnéticas especiales (metamateriales), con el objetivo de optimizar parámetros como la ganancia, el ancho de banda y la eficiencia en diseños compactos [21]. A lo largo de este trabajo se emplea el término *pre-fractal* para referirse a estas implementaciones físicas de orden finito; no obstante, se conserva la terminología original cuando se describen trabajos de otros autores, quienes en muchos casos utilizan el término *fractal* de manera general. En el campo de las antenas, la geometría fractal ha encontrado una aplicación particularmente relevante en el diseño de antenas miniaturizadas y multibanda. La propiedad de auto-semejanza, mediante la cual cada parte reproduce la forma global a distintas escalas, convierte a los patrones fractales en una solución natural para desarrollar antenas capaces de operar en múltiples bandas de frecuencia sin incrementar de manera significativa el tamaño del dispositivo [3-10]. En este contexto, las antenas pre-fractales constituyen una aproximación práctica a las estructuras fractales ideales, ya que implementan un número finito de iteraciones geométricas en configuraciones como el triángulo de Sierpinski y otras geometrías relacionadas [4,5,9,10,22]. Un ejemplo representativo de una antena pre-fractal basada en este tipo de geometría y orientada a aplicaciones médicas se muestra en la Fig. 3, donde puede apreciarse la evolución de la estructura con el orden de iteración [4,5,9,10].

Estas propiedades resultan especialmente atractivas en aplicaciones médicas, donde las antenas deben integrarse en espacios reducidos, cumplir con restricciones de seguridad (como los límites de SAR) y mantener un desempeño ade-

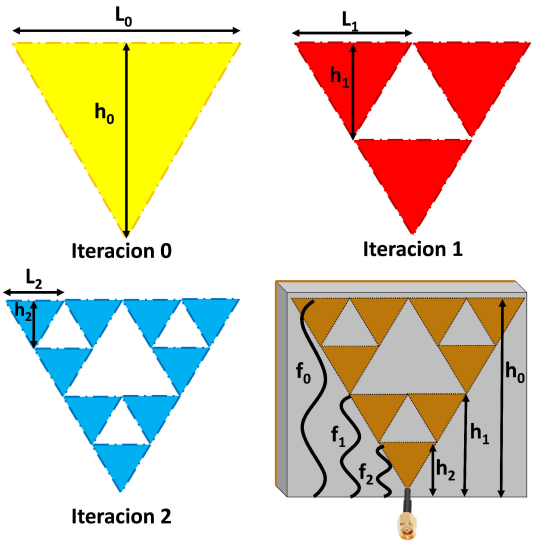


FIGURE 3. Antena pre-fractal de tipo Sierpinski: evolución geométrica en las iteraciones 0 (amarillo), 1 (rojo) y 2 (azul), donde h_0, h_1 y h_2 son las alturas de las ramas dominantes en cada orden de iteración. El panel derecho muestra la implementación física sobre sustrato dieléctrico con alimentación mediante conector SMA, ilustrando la correspondencia entre cada escala geométrica y su frecuencia de resonancia asociada f_0, f_1 y f_2.

cuado en bandas de interés diagnóstico o terapéutico [2,21,23-29]. En los últimos años, se han propuesto antenas y bobinas con geometría fractal o pre-fractal para aplicaciones que incluyen imagen por resonancia magnética, detección de cáncer de piel y de mama, telemetría implantable y sensores portátiles flexibles, aprovechando la miniaturización, el comportamiento multibanda y la adaptabilidad mecánica que proporcionan estos diseños [21,23-25,27-29]. Configuraciones típicas de estas antenas en escenarios biomédicos, por ejemplo, colocadas sobre fantomas tisulares o integradas en plataformas flexibles se esquematizan en la Fig. 4, destacando la interacción entre la antena pre-fractal y el entorno biológico [21,25,27,28].

En el contexto de aplicaciones médicas, algunos de estos conceptos han sido abordados en un trabajo orientado a un

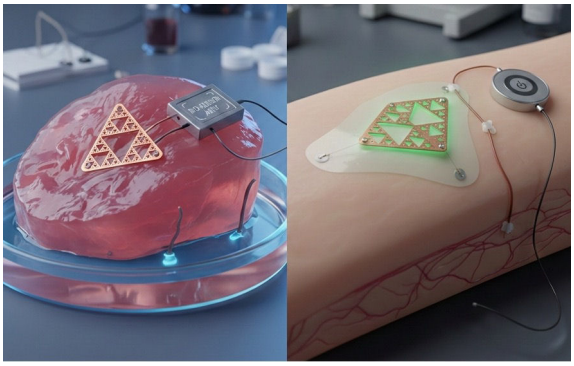


FIGURE 4. Configuraciones típicas de antenas pre-fractales de tipo Sierpinski en escenarios biomédicos, como su colocación sobre fantomas tisulares y su integración en plataformas flexibles, que ilustran su interacción con el entorno biológico circundante.

público principalmente clínico [30]. El presente artículo amplía y actualiza de manera sustancial dicha contribución, integrando una revisión más extensa de la literatura reciente y una discusión más detallada sobre los fundamentos físicos de la radiación, la interacción campo-tejido y las implicaciones biomédicas del uso de antenas pre-fractales en medicina.

2. Metodología

La metodología de este trabajo combina una revisión sistemática de la literatura con un marco de análisis electromagnético basado en las ecuaciones de Maxwell y en modelos simplificados para antenas pre-fractales. El objetivo es integrar, en una descripción coherente, los aspectos geométricos fractales, los fundamentos de la radiación y los resultados experimentales y numéricos reportados en aplicaciones médicas.

En primer lugar, se realizó una búsqueda focalizada de literatura en libros y artículos especializados sobre geometría fractal [12-15], aplicaciones médicas de la dimensión fractal [16-20] y diseño de antenas fractales y pre-fractales para comunicaciones y uso biomédico [3-10,21,23-25,27-29]. A diferencia de revisiones generales sobre antenas fractales para telecomunicaciones [11], los trabajos seleccionados en esta revisión se centran en aplicaciones médicas, criterio que guió tanto la búsqueda bibliográfica como el análisis presentado en las secciones siguientes, y reportan: (i) miniaturización de antenas mediante geometrías fractales, (ii) comportamiento multibanda o de banda ancha, (iii) integración de antenas en dispositivos implantables, portátiles o flexibles, y (iv) uso de bobinas fractales en imagen por resonancia magnética.

En segundo lugar, se revisaron los fundamentos del análisis electromagnético de antenas a partir de las ecuaciones de Maxwell, tomando como punto de partida la forma diferencial de la ley de Ampère–Maxwell:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \tag{2}$$

y de la ley de inducción de Faraday:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}. \tag{3}$$

Aquí, $\vec{B}$ es el campo magnético, $\vec{J}$ es la densidad de corriente, $\vec{E}$ es el campo eléctrico y μ_0, ε_0 son la permeabilidad y la permitividad del vacío, respectivamente [22]. Al combinar estas expresiones con la ecuación de Gauss para el campo eléctrico en un medio lineal y homogéneo, se obtiene la ecuación de onda vectorial general para el campo eléctrico:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = -j\omega\mu \vec{J} + \frac{\nabla \rho}{\varepsilon}, \tag{4}$$

donde k es el número de onda del medio, ω la frecuencia angular, μ la permeabilidad, ρ la densidad volumétrica de carga libre y ε la permitividad del medio [1,22]. En aplicaciones de antenas, el medio conductor que forma la estructura radiante es macroscópicamente neutro, de modo que $\rho = 0$ y la ecuación anterior se reduce a:

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = -j\omega\mu \vec{J}. \tag{5}$$

La solución formal de esta ecuación puede escribirse como una integral de volumen de la densidad de corriente ponderada por una función de Green escalar para campos monocromáticos en medios homogéneos,

$$g(\vec{r}, \vec{r}\,') = \frac{e^{jkR}}{4\pi R}, \tag{6}$$

donde $R = |\vec{r} - \vec{r}\,'|$ es la distancia entre la fuente y el punto de observación [22]. En esta revisión, estas formulaciones se utilizan de manera conceptual para vincular la distribución de corriente sobre la geometría pre-fractal con el diagrama de radiación resultante, tal como se discute en los textos clásicos de análisis y diseño de antenas [1,22].

A partir del campo eléctrico radiado,la directividad de las antenas consideradas se describe en términos de la densidad de potencia radiada $U(\theta, \phi)$ y de la referencia isotrópica $U_{\rm iso} = P_{\rm rad}/(4\pi)$, de modo que

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\rm iso}} = \frac{4\pi\, U(\theta, \phi)}{P_{\rm rad}}, \tag{7}$$

donde $P_{\rm rad}$ es la potencia total radiada [1,22]. En el contexto de esta revisión, la directividad se utiliza principalmente como un parámetro para comparar cualitativamente el comportamiento angular de antenas pre-fractales con diseños convencionales reportados en la literatura [3-10].

Como se discutió en la Ec. (1), la dimensión fractal autosemejante se utiliza aquí como un descriptor geométrico de la complejidad de la antena. En geometrías de tipo Sierpinski, como la preforma triangular mostrada esquemáticamente en la Fig. 1, el orden de iteración se asocia con la aparición de nuevos caminos de corriente y, en consecuencia, con nuevas frecuencias de resonancia en la respuesta de la antena [1,5,12,15].

Desde un punto de vista constructivo, una antena pre-fractal basada en el triángulo de Sierpinski parte de un triángulo equilátero inicial (iniciador) de lado L_0 y altura $h_0 = \sqrt{3}L_0/2$, que se comporta como un monopolo o parche triangular convencional en su modo fundamental, tal como se representa en la Fig. 3 [4,5]. La primera iteración se obtiene al dividir el triángulo inicial en cuatro subtriángulos equiláteros congruentes y eliminar el triángulo central; las iteraciones sucesivas repiten este procedimiento sobre cada uno de los subtriángulos restantes, generando una jerarquía de huecos y brazos conductores de diferentes longitudes efectivas [4,5,9,10]. En la práctica, las antenas empleadas en aplicaciones médicas son pre-fractales de orden finito n, de modo que la estructura conserva una longitud y un área totales compatibles con las restricciones geométricas del dispositivo [3-7].

Para un monopolo triangular de Sierpinski alimentado en la base, la auto-semejanza implica que, además del modo fundamental asociado a la altura h_0 (frecuencia f_0), aparecen resonancias adicionales ligadas a subtriángulos de altura $h_0/2$, $h_0/4$, etc., presentes en cada iteración, como se esquematiza en la Fig. 1 [4,5,9,10]. De manera aproximada, la relación entre la altura efectiva $h_{\rm eff}$ de cada rama dominante y su frecuencia de resonancia f sigue la dependencia inversa típica de antenas tipo monopolo o parche,

$$f \approx \frac{c}{4h_{\rm eff}\sqrt{\varepsilon_{\rm eff}}}, \tag{8}$$

donde c es la velocidad de la luz en el vacío y $\varepsilon_{\rm eff}$ es la permitividad efectiva del medio que rodea a la *antena* (combinación del sustrato y del entorno dieléctrico, que en aplicaciones médicas incluye tejido biológico) [1,22]. En este contexto, una *rama dominante* se refiere al tramo de la geometría de la *antena* por el que circula la mayor parte de la corriente en un modo resonante dado, de modo que su longitud efectiva controla, de manera aproximada, la posición de la correspondiente frecuencia de resonancia. Así, los subtriángulos más pequeños generan resonancias en múltiplos superiores de f_0, mientras que las ramas de mayor longitud producen resonancias cercanas o ligeramente desplazadas respecto a f_0 [4,5,9,10]. En consecuencia, al aumentar el orden de iteración n se enriquece el espectro de caminos de corriente y se obtienen respuestas multibanda o de banda ancha sin necesidad de incrementar la altura total de la antena, lo que resulta especialmente útil en diseños compactos para aplicaciones biomédicas [3-7].

En los estudios numéricos y experimentales analizados, los parámetros de desempeño de las antenas -como la respuesta en frecuencia, la ganancia, la eficiencia de radiación y el coeficiente de reflexión S_{11}- se obtienen mediante simulaciones de onda completa y, cuando es posible, se validan con prototipos físicos [3-7,9,10]. En el contexto biomédico se hace especial énfasis en el uso de fantomas tisulares y modelos estratificados para evaluar el acoplamiento de impedancias, las distribuciones de campo en el interior del tejido y las restricciones de la tasa de absorción específica (SAR) [2,21,23-29].

Además de su descripción geométrica, las antenas pre-fractales deben caracterizarse en términos de parámetros convencionales de antena, como impedancia de entrada, coeficiente de reflexión, ancho de banda, diagrama de radiación y ganancia [1,22]. Una métrica simple pero útil es el coeficiente de reflexión Γ, que relaciona la impedancia de entrada de la antena $Z_{\rm in}$ con la impedancia característica de la línea de alimentación Z_0 mediante

$$\Gamma = \frac{Z_{\rm in} - Z_0}{Z_{\rm in} + Z_0}, \tag{9}$$

tal como se discute en los textos estándar de teoría de antenas y líneas de transmisión [1,22]. A partir de Γ se obtienen la razón de ondas estacionarias de voltaje (VSWR) y el ancho de banda operacional, que definen el intervalo de frecuencias en el cual la antena transfiere potencia de manera eficiente al espacio libre [1]. Por otra parte, parámetros como la ganancia y la eficiencia de radiación cuantifican qué tan eficazmente la antena fractal convierte la potencia de entrada en radiación en una dirección dada, lo cual es crítico en aplicaciones médicas donde deben satisfacerse simultáneamente el presupuesto de enlace y las restricciones de seguridad (por ejemplo, límites de SAR) [2,22,25]. Por tanto, una caracterización electromagnética adecuada de las antenas pre-fractales proporciona la base para comparar diferentes diseños, optimizar su geometría y asegurar que la miniaturización o la operación multibanda no comprometan el desempeño en las bandas de interés diagnóstico o terapéutico [1,22].

Con esta metodología, el presente trabajo integra una revisión crítica de la literatura, el marco geométrico basado en la dimensión fractal y las formulaciones electromagnéticas clásicas, con el fin de ofrecer una visión unificada del papel de las antenas pre-fractales en aplicaciones relacionadas con la salud.

3. Estado del arte

El uso de la geometría fractal en medicina se remonta al trabajo pionero de West, quien introdujo el concepto de ***fisiología fractal*** para describir la organización jerárquica y autosemejante de diversos sistemas biológicos, desde las redes vasculares hasta las estructuras pulmonares [18]. En este enfoque, la dimensión fractal se interpreta como un descriptor cuantitativo de la complejidad de los procesos fisiológicos y morfológicos, lo que abrió la puerta a modelos más realistas de transporte, intercambio de masa y dinámica de fluidos en el organismo. En paralelo, se desarrollaron y aplicaron técnicas de análisis fractal y multifractal a imágenes biomédicas, demostrando su utilidad para caracterizar patrones patológicos, por ejemplo en la clasificación de enfermedad ósea metastásica y en la detección y diagnóstico de lesiones mamarias [16,17].

En el ámbito de los dispositivos, la idea de explotar patrones fractales o pre-fractales se ha extendido a la electrónica flexible y a los sistemas portátiles de monitorización de la salud. El trabajo de Rogers y colaboradores sobre materiales y mecánica para electrónica estirable mostró cómo el uso de trazas serpentinas y diseños que se aproximan a estructuras fractales permite fabricar circuitos y sensores que se adaptan mecánicamente a la piel o a superficies deformables, manteniendo la integridad eléctrica bajo deformación [23]. Posteriormente, Fan *et al.* profundizaron en conceptos de diseño fractal para electrónica flexible, destacando que estas geometrías minimizan la formación de lazos cerrados y el acoplamiento indeseado con campos de radiofrecuencia, lo cual es particularmente ventajoso en entornos de imagen por resonancia magnética [24]. Estos enfoques han impulsado el desarrollo de sensores portátiles y plataformas tipo "tatuaje electrónico" capaces de medir parámetros fisiológicos de manera continua y mínimamente invasiva, con potencial de



FIGURE 5. Configuraciones representativas de electrónica flexible y trazas de tipo fractal empleadas en sensores portátiles y plataformas para monitorización de la salud [21,23,24].

integración en redes de telemedicina y sistemas de monitorización remota [21,23,24].

De forma más específica en oncología, la geometría fractal y sus derivados han resultado relevantes tanto en la etapa diagnóstica como en el diseño de antenas para detección. Kaur y Kaur diseñaron una antena fractal alimentada por CPW para detección no invasiva de cáncer de piel, aprovechando la capacidad de estas estructuras para rellenar espacio y operar en regímenes de banda ancha [27].

En este tipo de dispositivos, la física subyacente de la detección depende tanto de las propiedades dieléctricas del tejido como, en técnicas de resonancia magnética, de la respuesta de los núcleos bajo excitación por RF. En microondas, la presencia de una lesión modifica la permitividad relativa ε_r y la conductividad σ del tejido, lo que altera la impedancia vista por la antena y, por tanto, el coeficiente de reflexión S_{11} y la potencia reflejada en determinadas bandas de frecuencia [27,28,31,32]. Al barrer la frecuencia y registrar los cambios en S_{11} o en la señal dispersada, se obtiene un contraste electromagnético que puede correlacionarse con la presencia de lesiones. Esta interacción campo–tejido tiene también implicaciones de seguridad relevantes: la energía de RF depositada en el tejido se cuantifica mediante la tasa de absorción específica (SAR, en W/kg), y concentraciones locales elevadas pueden provocar incrementos de temperatura y quemaduras por radiofrecuencia, por lo que los diseños de antenas destinados a operar en contacto o en proximidad con el cuerpo deben respetar los límites de SAR establecidos en las normas de seguridad y evaluarse mediante modelos y fantomas apropiados [2,25,26,33].

Para detección de cáncer de mama, Lala *et al.* utilizaron una antena miniaturizada en la banda ISM de 5.72-5.82 GHz, basada en la técnica DGS, mostrando que estructuras compactas cuidadosamente adaptadas al tejido mamario pueden proporcionar un contraste significativo entre tejido sano y tumoral [28]. En este caso, la antena se coloca en contacto o en proximidad a *fantomas* mamarios que emulan las propiedades dieléctricas de los distintos tejidos, y se analizan la distribución del campo electromagnético y la tasa de absorción específica (SAR) en el volumen del fantoma. Más recientemente, Marzouk *et al.* desarrollaron una antena fractal compacta de ultra-ancho de banda que, además de aplicaciones en WiMAX y WLAN, fue evaluada como herramienta para la detección de tumores mamarios mediante fantomas mamarios; el contraste en campo y en potencia absorbida entre regiones sanas y simuladas como tumorales se emplea como métrica para valorar la capacidad de detección [29]. En configuraciones tomográficas, arreglos de antenas compactas alrededor del fantoma permiten reconstruir mapas espaciales de propiedades dieléctricas que pueden correlacionarse con la presencia de lesiones.

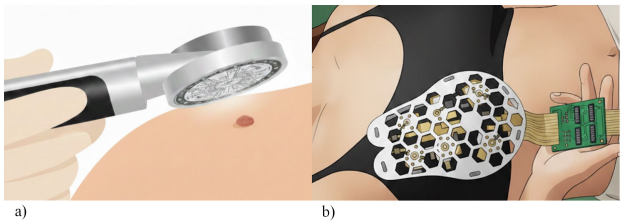


FIGURE 6. Ejemplos de antenas compactas empleadas en la literatura para la detección de a) cáncer de piel y b) cáncer de mama mediante técnicas de microondas [27-29].

En imagen por resonancia magnética, la física subyacente es cualitativamente distinta a la detección por microondas: la respuesta de los núcleos ante un pulso de RF depende no solo de la frecuencia de Larmor del núcleo (por ejemplo, ^{1}H, ^{23}Na) sino también del microentorno en que se encuentran. Para núcleos de hidrógeno (^{1}H), los tiempos de relajación T_1 y T_2 difieren significativamente entre materia gris, materia blanca y tejido tumoral, generando el contraste intrínseco de las imágenes de RM [2,25]. Esta variación refleja diferencias en el contenido de agua, la organización celular y la densidad de membranas lipídicas en cada tipo de tejido. En este contexto, la geometría fractal ha mostrado ventajas específicas en el diseño de bobinas: Nowikow *et al.* analizaron bobinas de radiofrecuencia con geometría de copo de nieve de Koch para RM de sodio, demostrando que estas estructuras pueden reducir la inductancia mutua entre elementos en fase y mejorar la uniformidad de campo y la eficiencia [25]. Este tipo de bobina resulta particularmente atractivo para estudios multinucleares, donde las restricciones de espacio y la necesidad de minimizar artefactos son críticas [2,25,26], y donde el diseño debe optimizarse además en términos de homogeneidad del campo B_1 y relación señal-ruido para distinguir tejidos con propiedades de relajación próximas [2,25,26]. Por otro lado, Sabban presentó una familia de sensores y antenas portátiles *metafractales* para aplicaciones médicas, comunicaciones 5G e IoT, en los que las geometrías fractales se combinan con metamateriales para optimizar la ganancia, el ancho de banda y la eficiencia, manteniendo diseños compactos y ligeros [21].

La Tabla I resume algunas de las contribuciones más representativas sobre el uso de geometrías fractales y pre-frac-

TABLE I. Resumen de trabajos representativos que emplean geometrías fractales o pre-fractales en aplicaciones médicas.

Referencia	Geometría/tipo	Banda o frecuencia	Aplicación principal	Característica clave
West (1990) [18]	Modelos fisiológicos fractales	–	Fisiología fractal, sistemas biológicos complejos	Introduce el marco de fisiología fractal para describir redes y procesos en el organismo.
Klein *et al.* (2013) [20]	Análisis fractal de contornos celulares	–	Fenotipado de células tumorales pancreáticas	Uso de la dimensión fractal para distinguir líneas celulares tumorales con alta precisión.
Rogers *et al.* (2010) [23]	Trazas flexibles tipo fractal	RF baja-media	Electrónica flexible y sensores sobre piel	Diseños deformables que mantienen continuidad eléctrica y compatibilidad mecánica.
Fan *et al.* (2014) [24]	Conceptos fractales para electrónica estirable	RF / RMN	Electrónica flexible, compatibilidad con RMN	Geometrías fractales que minimizan lazos cerrados y el acoplamiento RF en entornos de imagen.
Nowikow *et al.* (2021) [25]	Bobina de RF tipo copo de nieve de Koch	RMN de sodio	Imagen por resonancia magnética de sodio	Bobinas fractales con menor inductancia mutua y mejor desempeño en estudios multinucleares.
Kaur & Kaur (2021) [27]	Antena fractal alimentada por CPW	Microondas	Detección temprana de cáncer de piel	Antena compacta y de banda ancha para diagnóstico no invasivo.
Lala *et al.* (2023) [28]	Antena miniaturizada con DGS	5.72-5.82 GHz (ISM)	Detección de cáncer de mama	Antena miniaturizada optimizada para contraste entre tejido sano y tumoral.
Marzouk *et al.* (2023) [29]	Antena fractal UWB compacta	2.8-9.37 GHz	Comunicaciones y detección de tumores	Antena UWB compacta evaluada con fantomas mamarios para imagen.
Sabban (2024) [21]	Antenas y sensores metafractales	Varias bandas (5G, IoT)	Dispositivos portátiles médicos, 5G, IoT	Combinación de geometría fractal y metamateriales para alta eficiencia y ganancia en dispositivos portátiles.

tales en aplicaciones médicas recientes, destacando la diversidad de configuraciones, bandas de operación y objetivos clínicos.

En conjunto, estos trabajos revelan una tendencia clara hacia el uso de estructuras pre-fractales y metafractales en el diseño de antenas y bobinas para diagnóstico, monitorización y comunicación en entornos médicos, aprovechando su capacidad de miniaturización, operación multibanda y adaptabilidad a configuraciones biológicas complejas [21,23-25,27-29]. Este cuerpo de evidencia proporciona el contexto necesario para analizar, en las siguientes secciones, las ventajas y limitaciones de las antenas pre-fractales en aplicaciones específicas como la detección de cáncer, la telemetría implantable y la imagen por resonancia magnética multinuclear.

4. Discusión: ventajas y limitaciones de las antenas pre-fractales en medicina

Los trabajos revisados muestran que las antenas con geometrías fractales y pre-fractales ofrecen un conjunto claro de ventajas frente a diseños convencionales, especialmente en contextos donde el espacio disponible es limitado y se requiere operación en múltiples bandas de frecuencia [3-10,27-29]. La auto-semejanza de patrones como los de Sierpinski o Koch permite incrementar de manera efectiva la longitud eléctrica de la antena sin un aumento proporcional de sus dimensiones físicas, lo que se traduce en una mayor miniaturización para una frecuencia de operación dada [3-10]. Asimismo, la coexistencia de distintas escalas geométricas dentro de una

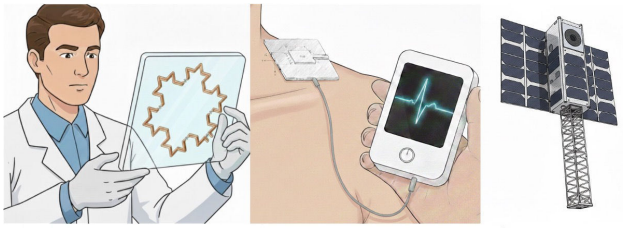


FIGURE 7. Esquema de a) bobina de RF con geometría de copo de nieve de Koch para RMN de sodio, b) antenas metafractales portátiles orientadas a aplicaciones médicas y c) IoT [21,25].

misma estructura favorece la aparición de múltiples frecuencias de resonancia, de modo que una sola antena puede cubrir operación multibanda o de banda ancha, como se ha demostrado en aplicaciones de comunicaciones y en configuraciones evaluadas para el diagnóstico de cáncer de piel y de mama mediante microondas [27-29].

En el contexto de dispositivos implantables y portátiles, estas propiedades resultan particularmente atractivas. Por un lado, la miniaturización facilita la integración de antenas en volúmenes muy restringidos, como cápsulas ingeribles o implantes subcutáneos, donde la reducción del tamaño de la antena es un requisito crítico [2,21,23-26,28,29]. Por otro lado, las capacidades multibanda y de banda ancha permiten que un solo elemento pueda cubrir funciones de comunicación, sensado y, en algunos casos, imagen, reduciendo la necesidad de emplear múltiples antenas o transductores [21,25,27-29]. Adicionalmente, en diseños flexibles y portátiles, las geometrías fractales proporcionan caminos de corriente que se adaptan mejor a la deformación mecánica sin pérdida de continuidad eléctrica, característica que se ha aprovechado en plataformas tipo ”tatuaje electrónicoz en sensores textiles integrados [21,23,24]. En bobinas para imagen por resonancia magnética, configuraciones fractales como el copo de nieve de Koch ayudan además a reducir la inductancia mutua y a mejorar la uniformidad del campo B_1 en estudios multinucleares [25].

No obstante, la adopción de antenas pre-fractales en aplicaciones médicas también presenta limitaciones y retos importantes. Desde el punto de vista electromagnético, la presencia de tejido biológico con alta permitividad y conductividad introduce desintonización, pérdidas adicionales y cambios en la distribución de campo que pueden degradar la eficiencia y la ganancia efectiva de la antena, especialmente en configuraciones implantables o en contacto cercano con el cuerpo [2,21,23-29]. Esto hace necesario llevar a cabo procesos de optimización específicos para el entorno de operación, que incluyen el uso de *fantomas* realistas y simulaciones de onda completa que consideren la dispersión dieléctrica del tejido. Del mismo modo, la evaluación de la tasa de absorción específica (SAR) se convierte en un aspecto central, ya que la concentración de campo en regiones de alta densidad de corriente puede incrementar localmente la deposición de potencia en el tejido [25,26,28,29].

Desde una perspectiva tecnológica, la fabricación de geometrías pre-fractales de alto orden plantea desafíos relacionados con la resolución de los procesos de manufactura y las tolerancias de los materiales empleados. A escalas micrométricas, pequeñas desviaciones en las dimensiones pueden provocar desplazamientos apreciables en las frecuencias de resonancia y variaciones en el acoplamiento entre elementos, lo que exige procesos de fabricación precisos y reproducibles [3-7,9,10]. Además, en dispositivos implantables o en contacto directo con el cuerpo, deben considerarse cuestiones como la biocompatibilidad de sustratos y conductores, la estabilidad a largo plazo en entornos biológicos y la necesidad de encapsulados que protejan tanto a la antena como al tejido circundante [2,21,23-26,28. En electrónica flexible, la fatiga mecánica debida a ciclos repetidos de flexión o estiramiento añade requisitos adicionales sobre la robustez mecánica de las trazas fractales y de las interfaces entre capas [21,23,24].

Finalmente, desde la perspectiva de diseño de sistema, el uso de antenas pre-fractales en medicina requiere un equilibrio cuidadoso entre los beneficios de la miniaturización y la operación multibanda, y la complejidad del modelado y la integración. Aunque las geometrías fractales ofrecen un espacio de diseño amplio, su comportamiento electromagnético puede ser menos intuitivo que el de antenas convencionales, lo que demanda estrategias de optimización asistidas por simulación y una validación experimental cuidadosa [3-10,21,25,27-29]. En este sentido, la evidencia disponible sugiere que las antenas pre-fractales son especialmente prometedoras en escenarios donde el compromiso entre tamaño, número de bandas y adaptabilidad mecánica es crítico -como en sensores portátiles, telemetría implantable e imagen por resonancia magnética multinuclear-, pero su adopción generalizada en entornos clínicos aún depende de avances en materiales, técnicas de fabricación y protocolos de validación adaptados a cada aplicación específica.

5. Conclusiones

Las antenas pre-fractales, basadas en geometrías autosemejantes de tipo Sierpinski y Koch, representan una alternativa robusta para el diseño de dispositivos de radiofrecuencia en el ámbito médico, ya que combinan de forma natural la miniaturización, la operación multibanda y la capacidad de controlar los diagramas de radiación. Las propiedades de auto-semejanza y relleno de espacio características de estas estructuras permiten obtener longitudes eléctricas efectivas mayores sin incrementar de manera significativa el tamaño físico, lo cual resulta particularmente útil en escenarios donde el volumen disponible es limitado, como implantes, sensores portátiles y bobinas para imagen por resonancia magnética.

Este trabajo integra tres niveles complementarios que permiten una visión unificada del tema. En primer lugar, el uso de la dimensión fractal como herramienta para describir y analizar estructuras biológicas complejas, desde redes vasculares y árboles bronquiales hasta contornos celulares tumorales, reforzando el uso de la dimensión fractal como criterio de

análisis de la morfología tisular con aplicaciones diagnósticas concretas. En segundo lugar, los fundamentos electromagnéticos de la radiación y el acoplamiento campo–tejido en antenas pre-fractales, donde las leyes de Ampère-Maxwell y de Faraday, junto con la condición de medio macroscópicamente neutro, proporcionan el marco formal para relacionar la geometría de la antena con su respuesta en frecuencia y su diagrama de radiación. En tercer lugar, las aplicaciones recientes que emplean geometrías pre-fractales y metafractales en detección temprana de cáncer de piel y de mama, sensores portátiles flexibles tipo "tatuaje electrónico" y bobinas para imagen por resonancia magnética multinuclear, donde las ventajas de tamaño, comportamiento multibanda y adaptabilidad mecánica han sido demostradas experimentalmente.

No obstante, la implementación práctica de antenas pre-fractales en entornos clínicos reales sigue enfrentando desafíos importantes. La presencia de tejido biológico con alta permitividad y conductividad introduce desintonización, pérdidas adicionales y modificaciones en la distribución de campo que pueden degradar la eficiencia y la ganancia efectiva. A esto se suman los requisitos estrictos en la evaluación de SAR y biocompatibilidad, y las exigencias de precisión en la fabricación cuando se trabaja a escalas micrométricas. Además, el comportamiento electromagnético de las geometrías pre-fractales puede resultar menos intuitivo que el de las antenas convencionales, lo cual obliga a apoyarse en herramientas avanzadas de simulación y en protocolos detallados de validación experimental.

De cara al futuro, las líneas de investigación más prometedoras incluyen la integración de antenas pre-fractales con materiales flexibles y biocompatibles, la combinación con conceptos de metamateriales para mejorar aún más la eficiencia y la ganancia, y el desarrollo de diseños adaptados a aplicaciones de imagen por resonancia magnética multinuclear y sistemas de telemetría implantable de largo plazo. La consolidación de estos avances, junto con protocolos de evaluación estandarizados en fantomas y estudios preclínicos, será clave para que las antenas pre-fractales evolucionen de demostraciones de laboratorio a soluciones robustas y de uso rutinario en la práctica clínica.

Agradecimientos

Los autores agradecen sinceramente el apoyo financiero proporcionado por el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), México, a través de una beca doctoral.

Financiamiento

Este trabajo fue apoyado por el Consejo Nacional de Humanidades, Ciencias y Tecnologías (CONAHCYT), México, mediante una beca doctoral.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no tienen conflictos de intereses relacionados con el contenido de este artículo.

1. C. A. Balanis, Antenna Theory: Analysis and Design, 2nd ed. (John Wiley and Sons, New York, 1997).

2. J. Mispelter, M. Lupu, and A. Briguet, NMR Probeheads for Biophysical and Biomedical Applications (Imperial College Press, London, 2015), https://doi.org/10.1142/p438

3. T. A. Elwi, A. I. Imran, and Y. Al-Naiemy, A miniaturized lotus shaped microstrip antenna loaded with EBG structures for high gain bandwidth product applications, *Progress In Electromagnetics Research C* **60** (2015) 157, https://doi.org/10.2528/PIERref5101804

4. S. A. Hamzah *et al*., Size Reduction and Multiband Characteristic Using Koch Fractal Dipole, In 2006 International RF and Microwave Conference (IEEE, Putrajaya, Malaysia, 2006) pp. 140-142, https://doi.org/10.1109/RFM.2006.331055

5. N. N. Kumar *et al*., Compact modified Sierpinski fractal monopole antenna for multiband wireless applications, In IEEE Conference Publications (2014) pp. 1264-1266, https://doi.org/10.1109/ICCSP.2014.6950054.

6. A. K. Panda, M. K. Panda, and S. S. Patra, A compact multiband gasket enable rectangular fractal antenna, In International Conference on Computational Intelligence and Communication Systems (IEEE, Gwalior, India, 2011) pp. 11-14, https://doi.org/10.1109/CICN.2011.3.

7. N. Cohen, Tuning Fractal Antennas and Fractal Resonators, U.S. Patent 6,104,349 (2000).

8. N. Cohen, Fractal Antenna Applications in Wireless Telecommunications, In Professional Program Proceedings: Electronic Industries Forum of New England (IEEE, 1997) pp. 43-49, https://doi.org/10.1109/EIF.1997.605374.

9. C. A. Figueroa-Torres *et al*., A novel fractal antenna based on the Sierpinski structure for super wide-band applications, *Microwave and Optical Technology Letters* **59** (2017) 1148, https://doi.org/10.1002/mop.30489

10. A. Sundaram, M. Maddela, and R. Ramadoss, Koch-fractal folded-slot antenna characteristics, *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters* **6** (2007) 219, https://doi.org/10.1109/LAWP.2007.895293

11. M. R. Jena, Mishra *et al.*, Fractal Geometry and Its Application to Antenna Designs, *International Journal of Engineering and Advanced Technology* **9** (2019) 109119, https://doi.org/10.35940/ijeat.A9793.109119

12. B. B. Mandelbrot, The Fractal Geometry of Nature, vol. **1** (W. H. Freeman, New York, 1982).

13. B. Mandelbrot, Los objetos fractales: Forma, azar y dimensión (Tusquets Editores, Barcelona, 1993).

14. J. Harte, The Fractalist: Memoir of a Scientific Maverick, *American Journal of Physics* **81** (2013) 477, https://doi.org/10.1119/1.4795315

15. K. Falconer, Fractal Geometry: Mathematical Foundations and Applications (John Wiley and Sons, Chichester, 2003), https://doi.org/10.1002/0470013850.

16. J. Vasiljevic *et al*., Application of multifractal analysis on microscopic images in the classification of metastatic bone disease, *Biomedical Microdevices* **14** (2012) 541, https://doi.org/10.1007/s10544-012-9631-1

17. S. M. Beheshti *et al*., An efficient fractal method for detection and diagnosis of breast masses in mammograms, *Journal of Digital Imaging* **27** (2014) 661, https://doi.org/10.1007/s10278-013-9654-z

18. B. J. West, Fractal Physiology and Chaos in Medicine (World Scientific, Singapore, 1990), https://doi.org/10.1142/1025.

19. J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 3rd ed. (Wiley, New York, 1998).

20. K. Klein *et al*., Marker-free phenotyping of tumor cells by fractal analysis of reflection interference contrast microscopy images, *Nano Letters* **13** (2013) 5474, https://doi.org/10.1021/nl4030402

21. A. Sabban, Novel Meta-Fractal Wearable Sensors and Antennas for Medical, Communication, 5G, and IoT Applications, *Fractal and Fractional* **8** (2024) 100, https://doi.org/10.3390/fractalfract8020100

22. A. Cardama *et al*., Antenas, 2nd ed. (Edicions UPC, Barcelona, 2002).

23. J. A. Rogers *et al*., Materials and Mechanics for Stretchable Electronics, *Science* **327** (2010) 1603, https://doi.org/10.1126/science.1182383

24. J. Fan *et al*., Fractal design concepts for stretchable electronics, *Nature Communications* **5** (2014) 3266, 1 https://doi.org/10.1038/ncomms4266

25. C. E. Nowikow, P. Polak, et al., Network and Field Analysis of Koch Snowflake Fractal Geometry Radiofrequency Coils for Sodium MRI, *Frontiers in Physics* **9** (2021), https://doi.org/10.3389/fphy.2021.697104

26. J. C. Weinreb, et al., Use of Intravenous Gadolinium-based Contrast Media in Patients with Kidney Disease: Consensus Statements from the American College of Radiology and the National Kidney Foundation, *Radiology* **298** (2021) 28, https://doi.org/10.1148/radiol.2020202903

27. K. Kaur and A. Kaur, Fractal geometry based CPW fed antenna for early stage skin cancer detection, In 2021 IEEE Indian Conference on Antennas and Propagation (InCAP) (IEEE, 2021) pp. 517-520, https://doi.org/10.1109/InCAP52216.2021.9726481.

28. A. E. V. D. B. O. K. Lala and F. M. Mbango, A Miniaturized Antenna for Breast Cancer Detection at the 5.72-5.82 GHz ISM Band Based on the DGS Technique, *Progress In Electromagnetics Research B* **98** (2023) 87, https://doi.org/10.2528/PIERB23011004

29. M. Marzouk *et al*., Ultra-wideband compact fractal antenna for WiMAX, WLAN, C and X band applications, *Sensors* **23** (2023) 4254, https://doi.org/10.3390/s23094254

30. L. González Zamora and S. S. Hidalgo-Tobón, Antenas fractales y su aplicación en la medicina, In Congreso Nacional de Tecnología Aplicada a Ciencias de la Salud (CONTACS), vol. **5**, (Puebla, México, 2023) pp. 14-22, https://doi.org/10.10.1063/5.0308613.

31. C. Gabriel, S. Gabriel, and E. Corthout, The dielectric properties of biological tissues: I. Literature survey, *Physics in Medicine and Biology* **41** (1996) 2231, https://doi.org/10.1088/0031-9155/41/11/001

32. S. Gabriel, R.W. Lau, and C. Gabriel, The dielectric properties of biological tissues: II. Measurements in the frequency range 10 Hz to 20 GHz, *Physics in Medicine and Biology* **41** (1996) 2251, https://doi.org/10.1088/0031-9155/41/11/002

33. C. Baker *et al*., Systematic review of MRI safety literature in relation to radiofrequency thermal injury prevention, *Journal of Medical Radiation Sciences* **71** (2024) 445, https://doi.org/10.1002/jmrs.800