

LA FORMACION DEL PICO DE UNA REACCION NUCLEAR<sup>\*</sup>

E. de Alba, A. Jaídar y M.A. Martínez Negrete  
Instituto de Física, Universidad Nacional de México  
(Recibido: 17 Abril 1968)

ABSTRACT

*The number of particles versus energy distribution that is obtained during the observation of a nuclear reaction is explained in terms of small angle scattering, of the incoming particle, against the target material.*

RESUMEN

*Se obtiene la distribución de número de partículas contra energía resultante de una reacción nuclear, en términos de la dispersión a pequeño ángulo que sufre la partícula entrante a la reacción al atravesar el material del blanco.*

---

<sup>\*</sup> Una versión preliminar de este trabajo fue presentada en el Congreso Conjunto de las Sociedades Mexicana, Americana y Canadiense de Física. México, Agosto 1966<sup>5</sup>.

## I. INTRODUCCION

Cuando son analizadas las partículas emergentes de una reacción nuclear, se observa en un ángulo sólido  $d\Omega_\phi$  alrededor de la dirección  $\phi$ , que las energías de las partículas forman una distribución  $N(E, \phi)$  de modo que el número de partículas observadas con energía entre  $E$  y  $E + dE$  es:

$$N(E, \phi) dE d\Omega_\phi \quad (1.1)$$

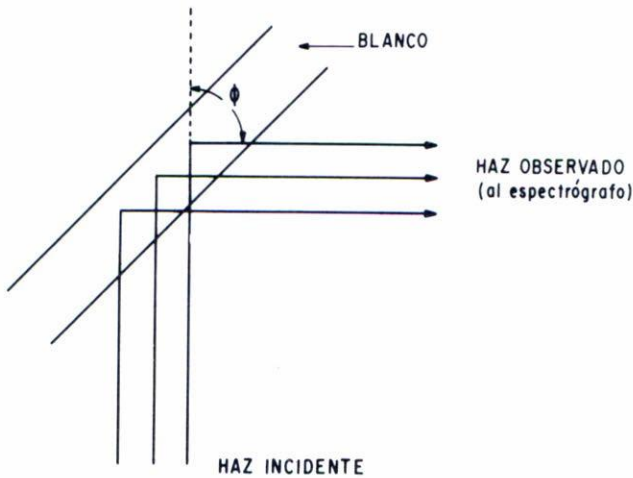


Fig. 1

Si el único mecanismo que desvía a las partículas fuese la reacción, dado que la dispersión del haz entrante es muy pequeña y la energía está definida en una parte en  $2 \times 10^3$ , era de esperarse una dispersión energética (variación de  $N$  con  $E$ ) de este orden, sin embargo se obtienen experimentalmente picos energéticos como el de la figura 2, que muestran dispersiones considerables en energía.

Proponemos como mecanismo de formación del pico el que las partículas al penetrar el material del blanco son dispersadas de la dirección de incidencia y al mismo tiempo frenadas por el material, de modo que llegan a la reacción con energía menor y ángulo de incidencia diferente de aquellos que tenían al incidir sobre el blanco.

El resultado es que las partículas se distribuyen en energía alrededor de la energía  $E_s$  (la que tendría una partícula que no sufre dispersión sino sólo reacción) y el máximo se corre a menores energías por efecto del frenamiento.

Aquí consideraremos que solo antes de la reacción las partículas sufren dispersiones angulares significativas, pero sufren pérdidas energéticas tanto la partícula entrante como la producto. Esto nos restringe a reacciones de alta  $Q$  y productos de baja carga.

La magnitud de los ángulos involucrados nos permite manejar el problema de colisiones en aproximación de ángulo pequeño (para los procesos de dispersión, pero no para la reacción). Aproximación que consideraremos posteriormente con más detalle.

## II. CALCULOS

Consideraremos que las partículas inciden sobre el blanco con energía  $E_B$  y perfectamente colimadas, de modo que a profundidad cero su desviación angular es nula. A profundidad  $t$  dentro del blanco la distribución angular de las partículas después de realizar un cierto número de colisiones es:

$$F(\theta, t) d\Omega_\theta \quad (2.1)$$

que representa el número de partículas que a profundidad  $t$  se mueven dentro de  $d\Omega_\theta$  alrededor de  $\theta$ . (La forma de  $F(\theta, t)$  y la notación que seguiremos es la de W. T. Scott<sup>1</sup> llamado aquí  $S$ ). Con las condiciones de normalización:

$$\int F(\theta, t) d\Omega_\theta = 1 \quad (2.2)$$

y a la frontera:

$$F(\theta, 0) = \delta(\theta)$$

$$2\pi \int_0^\infty \delta(\theta) \theta d\theta = 1 \quad (2.3)$$

donde  $\theta d\theta d\beta$  es la diferencial de ángulo sólido a ángulo pequeño.

Consideremos conocida a  $F(\theta, t)$  (por el momento) para el blanco en estudio. Su forma será discutida en la sección 3. El número de partículas que inciden sobre la unidad de área a profundidad  $t$  por unidad de tiempo formando un ángulo  $\theta$  con la dirección del haz incidente es:

$$IF(\theta, t) d\Omega_{\theta} \quad (2.4)$$

siendo  $I$  la densidad de corriente del haz entrante.

La fracción de estas partículas que reaccionan saliendo en dirección  $d\Omega_{\phi}$  alrededor de  $\phi$  es:

$$N(t) dt \sigma(E_t, \omega) d\Omega_{\phi} \quad (2.5)$$

donde  $N(t)$  es la densidad de núcleos reactivos,  $\sigma$  es la sección eficaz diferencial de la reacción con energía de entrada  $E_t$  y deflexión  $\omega$  (ver fig. 3).

Así que de (2.4) y (2.5), en la profundidad comprendida entre  $t$  y  $t + dt$  y habiendo reaccionado con un ángulo  $\omega$ , el número de partículas que emergen por unidad de tiempo es:

$$IF(\theta, t) d\Omega_{\theta} N(t) dt \sigma(E_t, \omega) d\Omega_{\phi} \quad (2.6)$$

La energía de salida de la reacción es  $E_l$  que de la ecuación  $Q$  podemos escribir: (Ver apéndice A.5)

$$E_l = E_l(E_t, \omega) \quad (2.7)$$

Después de reaccionar hemos considerado que no son deflectados significativamente así que llegan al observador en la misma dirección y con energía

$$E = E(E_l, l) \quad (2.8)$$

siendo  $l$  la distancia recorrida, dentro del material, después de la reacción (ver fig. 4 y Apéndice A.3).

La relación (2.8) nos da la energía  $E$  que tiene la partícula emergente de la reacción después de atravesar una distancia  $l$  dentro del material. (Véase apéndice A.4).

Resumiendo, una partícula del haz penetra en dirección  $z$  y con energía  $E_B$  al blanco, atraviesa una distancia  $t$  y posee una energía  $E_t$  y se mueve en dirección  $\theta$ , entonces sufre una reacción saliendo otra partícula en dirección  $\phi$ , con energía  $E_l$  (ángulo de reacción  $\omega$ ), esta partícula se supone atraviesa la distancia  $l$  de blanco, saliendo en la *misma dirección*  $\phi$  pero con energía  $E$ .

Para encontrar el número de partículas que son observadas saliendo de la reacción con energía entre  $E$  y  $E + dE$  y en dirección  $\phi$  dentro de  $d\Omega_\phi$ , es necesario integrar (2.6) sobre  $t$  y  $d\Omega_\theta$ , con la restricción siguiente:

A cada profundidad  $t$ , es necesario determinar los ángulos  $\theta$  de incidencia tales que originen partículas salientes con energías y ángulos convenientes.

Una consideración cuidadosa del problema lleva a la expresión:

$$N(E, \phi) dE d\Omega_\phi = dE d\Omega_\phi 2l \int_0^T N(t) dt \sigma(E_t, \omega) \frac{\partial(\cos \omega)}{\partial E} \cdot \int_{|\omega - \phi|}^{|\omega + \phi|} \frac{F(\theta, t) \theta d\theta}{\sqrt{\theta^2 \sin^2 \phi - (\cos \omega - \cos \phi)^2}} \quad (2.9)$$

Donde  $\cos \omega$  es obtenido en función de  $E_l$  de la relación (2.7):

$$\cos \omega = u(E_t, E_l) \quad (2.10)$$

y  $E_l$  a su vez es expresado en función de  $E$  usando la relación (2.8), de modo que:

$$\frac{\partial(\cos \omega)}{\partial E} = \frac{\partial u(E_t, E_l(E))}{\partial E} \quad (2.11)$$



Para obtener (2.9) se ha hecho uso de la aproximación de ángulo pequeño

$$\cos \theta \simeq 1; \quad \text{sen } \theta \simeq \theta$$

En condiciones experimentales ordinarias el ángulo de observación  $\phi$  dista mucho de ser pequeño, por lo que dentro de la filosofía de la aproximación de ángulo pequeño el límite superior de la integral sobre  $\theta$  puede considerarse infinito:

$$N(E, \phi) = 2I \int_0^T N(t) dt \sigma(E_t, \omega) \frac{\partial u}{\partial E} \int_{|\omega - \phi|}^{\infty} \frac{F(\theta, t) \theta d\theta}{\sqrt{\theta^2 \text{sen}^2 \phi - (\cos \omega - \cos \phi)^2}} \quad (2.12)$$

Continuando en este espíritu, la contribución principal proviene de la región de ángulos muy pequeños, o sea cuando  $\omega$  difiere muy poco de  $\phi$ . Entonces podemos escribir:

$$\omega \simeq \phi - \epsilon \quad (2.13)$$

o sea  $\cos \omega \simeq \cos \phi + \sin \phi \epsilon \quad (2.14)$

Esta última relación, en unión con (2.10) define  $\epsilon$  en términos de  $t$  y  $E$  (ver A.7). En consecuencia:

$$N(E, \phi) = 2I \int_0^T N(t) dt \sigma(E_t, \omega) \frac{\partial \epsilon}{\partial E} \int_{|\epsilon|}^{\infty} \frac{F(\theta, t) \theta d\theta}{\sqrt{\theta^2 - \epsilon^2}} \quad (2.15)$$

Consideremos ahora la integral

$$\mathcal{I}_\theta = \int_{|\epsilon|}^{\infty} \frac{F(\theta, t) \theta d\theta}{\sqrt{\theta^2 - \epsilon^2}} \quad (2.16)$$

Usando la transformada de Hänkel de  $F$ ;

$$F(\theta, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \xi d\xi J_0(\xi\theta) \tilde{F}(\xi, t)$$

entonces

$$\mathfrak{I}_\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \xi d\xi \tilde{F}(\xi, t) \int_{|\epsilon|}^\infty \frac{J_0(\xi\theta) \theta d\theta}{\sqrt{\theta^2 - \epsilon^2}}$$

Pero del teorema de Fourier-Bessel<sup>2</sup>:

$$\int_{|\epsilon|}^\infty \frac{J_0(\xi\theta) \theta d\theta}{\sqrt{\theta^2 - \epsilon^2}} = \frac{\cos |\epsilon| \xi}{\xi}$$

De modo que:

$$\mathfrak{I}_\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty d\xi \tilde{F}(\xi, t) \cos |\epsilon| \xi \quad (2.17)$$

Además, de las fórmulas (S2.18) y (S2.9) de Scott<sup>1</sup>:

$$f(|\epsilon|, t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\xi \cos |\epsilon| \xi \tilde{F}(\xi, t) \quad (2.18)$$

siendo  $f(|\epsilon|, t)$  la distribución de valores absolutos de los ángulos proyectados.

Entonces, de (2.15, 16, 17 y 18):

$$N(E, \phi) = \frac{1}{2} \int_0^T N(t) dt \sigma(E_t, \omega) \frac{\partial \epsilon}{\partial E} f(|\epsilon|, t) \quad (2.19)$$

El integrando es, en general, una función muy complicada pues la dependencia

con  $t$  aparece tanto en la dependencia de  $\sigma$  con la energía de la partícula incidente en la reacción, como a través de  $\epsilon$ .  $f$  va variando de forma al atravesar el material, lo que da la dependencia explícita de  $f$  con  $t$ , pero también el ángulo  $|\epsilon|$ , que contribuye a la región de energía  $E$  en la que estamos interesados, varía con  $t$ .

Existen dos casos límites que son de interés, el primero cuando hay una resonancia muy delgada, de modo que solamente las partículas con energía  $E_R$  participan en la reacción. Si esta energía  $E_R$  es alcanzada por las partículas en algún punto del blanco (profundidad  $t_R$ ) tendremos:

$$N_R(E, \phi) = \frac{1}{2} IN(t_R) g_R \frac{\partial \epsilon(t_R, E)}{\partial E} f(|\epsilon(t_R, E)|, t_R) \quad (2.20)$$

siendo  $g_R$  definida mediante:

$$\sigma(E_t, \omega) = \delta(E_t - E_R) g_R \quad (2.21)$$

El segundo caso de interés es aquel en el cual la sección puede considerarse como una constante con respecto a  $t$ , o sea  $\sigma$  es una función de variación lenta en la energía y el ángulo de reacción. Aquí tendremos:

$$N(E, \phi) = \frac{1}{2} I \sigma(E_B, \phi) \int_0^T N(t) dt \frac{\partial \epsilon}{\partial E} f(|\epsilon|, t) \quad (2.22)$$

Siendo  $\epsilon$  una cantidad considerada pequeña, su dependencia con  $E$  y  $t$  puede aproximarse linealmente, de acuerdo con el apéndice tenemos:

$$\epsilon = \mathcal{E}_G(E_B, E_S)(E - E_S) + A(E_B, E_S) t \quad (2.23)$$

donde  $E_S$  es la energía "significativa" de la reacción. Esto es, la energía a la que se formaría el pico en el límite de espesor de blanco nulo.



De modo que finalmente

$$N(E, \phi) = \frac{1}{2} I \sigma \mathcal{E}_G \int_0^T N(t) dt f(|\epsilon|, t) \quad (2.24)$$

Estando toda la dependencia con la energía contenida en la integral.

En la mayor parte de los casos de interés experimental, el número de centros reactivos (los que participan en la reacción estudiada) no varía con la profundidad, de modo que:

$$N(E, \phi) = \left( \frac{1}{2} I \sigma \mathcal{E}_G N \right) \int_0^T dt f(|\epsilon|, t) \quad (2.25)$$

### III. LA DISTRIBUCION $f(|\epsilon|, t)$

El artículo de Scott<sup>1</sup> hace una revisión de las formas propuestas para la función de distribución de valores absolutos de ángulos proyectados  $f(|\epsilon|, t)$  para la región en que el número promedio de colisiones realizadas por las partículas es mayor que 20. Los autores del presente artículo han extendido<sup>3</sup> esos cálculos a la región llamada plural (entre 0 y 20 colisiones en promedio) que es la común en los blancos nucleares.

Haciendo una recopilación del artículo de Scott<sup>3</sup> y si suponemos que la energía de las partículas varía con  $t$  en la forma  $E_t = E_B (1 - at)$ , la profundidad  $t_{20}$  a partir de la cual son válidas las fórmulas del artículo<sup>3</sup> está dada por:

$$t_{20} = \frac{20}{\bar{\Omega} + 20n_{\Omega} a} \quad (3.1)$$

donde  $\bar{\Omega} = \frac{X_c^2}{X_a^2}$  es el número promedio de colisiones a profundidad  $t$ .

$$\chi_c^2 = \bar{\chi}_c^2 t(1 + n_c at)$$

$$\chi_\alpha^2 = \bar{\chi}_\alpha^2 (1 + n_\alpha at)$$

$$\bar{\chi}_c^2 = \frac{\bar{\alpha}^2 2\pi \hbar^2 N_D}{M_1 E_B}$$

$$\bar{\chi}_\alpha^2 = \bar{\chi}_0^2 (1.13 + 3.76 \bar{\alpha}^2)$$

$$\bar{\chi}_0^2 = \frac{\hbar}{r_0 \sqrt{M_1 E_B}}$$

$$\bar{\alpha} = \frac{zZ}{137 \sqrt{\frac{2E_B}{M_1 c^2}}}$$

(3.2)

$$n_c = \frac{1}{4 |n \bar{\chi}_\alpha|} [3 |n \bar{\chi}_\alpha - n_\alpha| \quad n_c - n_\alpha = n_\Omega$$

$$n_\alpha = \frac{2.26 + 11.28 \bar{\alpha}^2}{1.13 + 3.76 \bar{\alpha}^2}$$

Siendo  $z$ ,  $M_1$  y  $E_B$  la carga, masa y energía de la partícula de bombardeo,  $Z$  y  $N_D$  la carga y densidad de los núcleos dispersores (no necesariamente los mismos que los reactores) y  $r_0$  el radio de Thomas-Fermi ( $r_0 = 0.468 \times 10^{-8} Z^{-1/3}$  cm).

Si  $T$  es mayor que  $t_{20}$ , la distribución a integrar puede darse como:

$$f(|\epsilon|, t) = \frac{1}{\phi_3} \left\{ \frac{2}{\pi^{1/2}} e^{-\phi_t^2} + \frac{2}{\pi B_t} D_1 \left( \frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\varphi_t^2 \right) + \frac{1}{\pi B_t^2} D_2 \left( \frac{5}{2}, \frac{1}{2}, -\varphi_t^2 \right) \right\} \quad (3.3)$$

donde:  $\phi_3 = \chi_c B_t^{1/2}$ ,  $\varphi_t = \frac{|\epsilon|}{\phi_3}$

$B_t$  siendo la solución de la ecuación:

$$B_t - \ln B_t = \ln \frac{e}{\gamma} \frac{X_c}{X_a} \quad (3.4)$$

con  $e$  la base de los logaritmos naturales y  $\gamma$  la constante de Euler ( $\ln \gamma = 0.5772$ ). Las funciones  $D_1$  y  $D_2$ , son llamadas funciones de Moliere generalizadas y están tabuladas<sup>4</sup>.

Haciendo uso de las relaciones anteriores se puede calcular

$$\int_{t_{20}}^T f(|\epsilon|, t) dt$$

La región entre 0 y  $t_{20}$  se divide, de acuerdo con la referencia (3) en dos partes. La región en la que el número promedio de colisiones está entre 1 y 20 puede aproximarse del modo siguiente:

$$\int_{t_1}^{t_{20}} dt f(|\epsilon|, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{m=1}^{20} g(\varphi_m, m) l_m + \sum_{m=1}^{20} D_2(E) l_m \quad (3.5)$$

donde  $g(\varphi_m, m)$  está tabulada en<sup>3</sup> para  $m$  entre 1 y 20

$$D_2(E) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{si } E > E_s \\ \frac{1}{2\pi} e^{-mA} & t_1 \leq t_A \leq t_{20} \\ 0 & t_A > t_{20} \text{ ó } t_A < t_1 \end{array} \right\} \quad \text{si } E \leq E_s \quad (3.6)$$

Con 
$$t_A = \frac{\mathcal{E}(E_s - E)}{A}$$

$$\varphi_m = \frac{|\mathcal{E}(E - E_s) + At_m|}{\bar{\chi}_\alpha \left(1 + \frac{1}{2} n_\alpha a t_m\right)} \quad m_A = \bar{\Omega} t_A (1 + n_\Omega a t_A)$$

$$t_m = \frac{m}{\bar{\Omega} + n_\Omega a m} \quad l_m = \frac{\bar{\Omega}}{(\bar{\Omega} + n_\Omega a m)^2} \quad (3.7)$$

Análogamente, en la región que da un número de colisiones promedio entre 0 y 1, utilizamos:

$$\int_0^1 dt f(|\epsilon|, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda=1}^9 \left\{ g'(\varphi_\lambda, m) l_\lambda + D_1(E) l_\lambda \right\} \quad (3.8)$$

La expresión para  $g'(\varphi_\lambda, m)$  con valores de  $m$  menores a la unidad está dada en<sup>3</sup>, acompañada de una tabla para  $m = 0.1, 0.2, \dots, 0.6$ .

$$\varphi_\lambda = \frac{|\mathcal{E}(E - E_s) + At_\lambda|}{\bar{\chi}_\alpha \left(1 + \frac{1}{2} n_\alpha a t_\lambda\right)}$$

$$t_\lambda = \frac{0.1\lambda}{\bar{\Omega} + n_\Omega a \cdot 0.1\lambda}$$

$$l_\lambda = \frac{0.1\bar{\Omega}}{(\bar{\Omega} + n_\Omega a \cdot 0.1\lambda)^2}$$

$$D_1(E) = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \text{si } E > E_s \\ 0 & \text{si } t_A > t_1 \\ \frac{1}{2\pi} e^{-m_A} & \text{si } 0 \leq t_A < t_1 \end{array} \right\} \text{ si } E \leq E_s$$

Estas fórmulas, nos permiten calcular la forma del pico de reacción para un blanco de espesor efectivo  $T$  arbitrario.

#### IV. CONCLUSIONES

La técnica aquí descrita, permite calcular en función de las características del blanco cual es la forma del pico obtenido experimentalmente. Nuestra teoría solo es aplicable para partículas emergentes de baja carga y masa y suficiente energía para que la dispersión angular después de la reacción sea despreciable frente a la sufrida antes de ella. Si estas condiciones se satisfacen, la comparación con el experimento permite tener una idea más precisa de la posición de la energía "significativa", conocimiento que es difícil de obtener en blancos gruesos, puesto que la famosa "receta" de Rutherford presenta fallas (1/3 de la altura, del lado de alta energía). Una discusión mas extensa de la relación -en función del espesor- entre el máximo de la distribución y la posición de la energía significativa sería de considerable interés para los investigadores experimentales; desgraciadamente, no ha sido posible hacer esta discusión por falta de datos experimentales adecuados. La única comparación con el experimento que podemos presentar es la obtenida con una reacción  $H^2(He^3, p) He^4$  con energía de bombardeo 1.51 MeV,  $\phi = 90^\circ$ ,  $\alpha = 45^\circ$  en un blanco de espesor aproximado  $1.3\mu$  cuya energía significativa se estimó en 14.98 MeV a través del valor  $Q$  aceptado para esta reacción. El deuterio (reactor) estaba embebido en un blanco de titanio, cuyos parámetros para pérdida energética (valores de  $a$  y  $b$ ) no son bien conocidos. La mejor estimación de ellos arrojó para  $a$  el valor  $0.13\mu^{-1}$  y para  $b$  un valor despreciable.  $t_{20}$  se encontró valía  $5.4117 \times 10^{-2}\mu$  indicando que la mayor parte del blanco se encontraba fuera de la zona de colisión plural (colisión múltiple), por lo que se calculó el pico despreciando la contribución de esta zona.

La comparación entre teoría y experimento se muestra en la figura 2. Si bien no se puede decir que hay un buen acuerdo, tampoco se puede hablar de discrepancias notables, tomando en cuenta que la teoría depende considerablemente de los parámetros  $a$  y  $b$  y estos no nos son conocidos para este material.

Es otro propósito de este artículo el interesar a investigadores experimentales en realizar experimentos que pudieran servir para hacer una mejor comparación con la teoría. Para ello se sugieren reacciones del tipo  $^{27}\text{Al}({}^3\text{He}, p){}^{29}\text{Si}$  y  ${}^{28}\text{Si}(d, p){}^{29}\text{Si}$  ya que estas son reacciones de gran  $Q$ , que se pueden efectuar en materiales de características bien conocidas y con espesores de más fácil detección.

#### AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen al Prof. Marcos Mazari la proposición de este problema y al Dr. Jorge Rickards su considerable interés y sus inapreciables discusiones. Al Sr. José Osorno su entusiasta ayuda en el cálculo numérico de este trabajo.

#### REFERENCIAS

1. Scott W. T., Rev. Mod. Phys. **35**, 231 (1963).
2. Ver, por ejemplo: F. Bowman "Introduction to Bessel Functions". Dover, p. 115.
3. De Alba E., Jaídar A., Martínez-Negrete M. A., Rev. Mex. Fís. XV, N° 4, 311 (1966).
4. Ver ref. 1) nota al margen 25 en pág. 312.
5. De Alba E., Jaídar A., Martínez-Negrete M. A., "Small Angle Scattering and Nuclear Reactions". Bull. Am. Phys. Vol. II, N° 5, 1966.



## APENDICE

De la gráfica (4) es fácil ver que:

$$l = t \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } (\phi - \alpha)} \quad \text{A.1}$$

La variación de  $E_t$  con  $t$  se aproxima linealmente, teniendo:

$$E_t = E_B (1 - at)$$

$$\text{con } a = -\frac{1}{E_B} \left( \frac{dE}{dt} \right)_{E_B} \quad \text{A.2}$$

Del mismo modo:

$$E = E_l (1 - a' l)$$

$$\text{con } a' = -\frac{1}{E_l} \left( \frac{dE}{dl} \right)_{E_l} \quad \text{A.3}$$

De (A.1 y 3):

$$E_l = E (1 + a'' t)$$

$$\text{con } a'' = a' \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } (\varphi - \alpha)} \quad \text{A.4}$$

Por otra parte, de la ecuación Q:

$$u = \cos \omega = \frac{1}{2\sqrt{M_1 M_3}} (E_l E_l)^{-\frac{1}{2}} [(M_3 + M_4) E_l - (M_4 - M_1) E_l - M_4 Q]$$

A.5

donde  $M_1, M_2, M_3$  y  $M_4$  son respectivamente las masas de la partícula de bombardeo, el núcleo blanco, la partícula emergente (observada) y el residual. Siendo  $Q$  el valor "qu" de la reacción.

Si sustituimos en esta expresión  $E_t$  de A.2 y

$$E_l = E_s \left( 1 + \frac{\Delta E}{E_s} + bt \right)$$

con  $\Delta E = E - E_s$  y  $b = a'' \frac{E}{E_s}$  siendo  $E_s$  la energía significativa o sea aquella para la cual:

$$u(E_t = E_B, E_l = E_s) = \cos \phi$$

tendremos:

$$\cos \omega = \cos \phi + \text{sen } \phi \epsilon(E, t) \quad \text{A.6}$$

donde

$$\epsilon(E, t) = \mathcal{E} \Delta E + At \quad \text{A.7}$$

siendo:

$$\mathcal{E} = \frac{\text{csc } \phi M_4}{4E_s \sqrt{M_1 M_3}} \left[ \left( 1 + \frac{M_3}{M_4} \right) \sqrt{\frac{E_s}{E_B}} + \left( 1 - \frac{M_1}{M_4} \right) \sqrt{\frac{E_B}{E_s}} + \frac{Q}{\sqrt{E_B E_s}} \right]$$

A.8

$$A = \frac{M_4 \text{csc } \phi}{4\sqrt{M_1 M_3}} \left\{ (b+a) \left[ \left( 1 + \frac{M_3}{M_4} \right) \sqrt{\frac{E_s}{E_B}} + \left( 1 - \frac{M_1}{M_4} \right) \sqrt{\frac{E_B}{E_s}} \right] + \frac{(b-a)Q}{\sqrt{E_B E_s}} \right\} \quad \text{A.9}$$

Reacción ;  $H^2(He,p)He^4$ , blanco Ti

Number of particles  
(arbitrary scale).

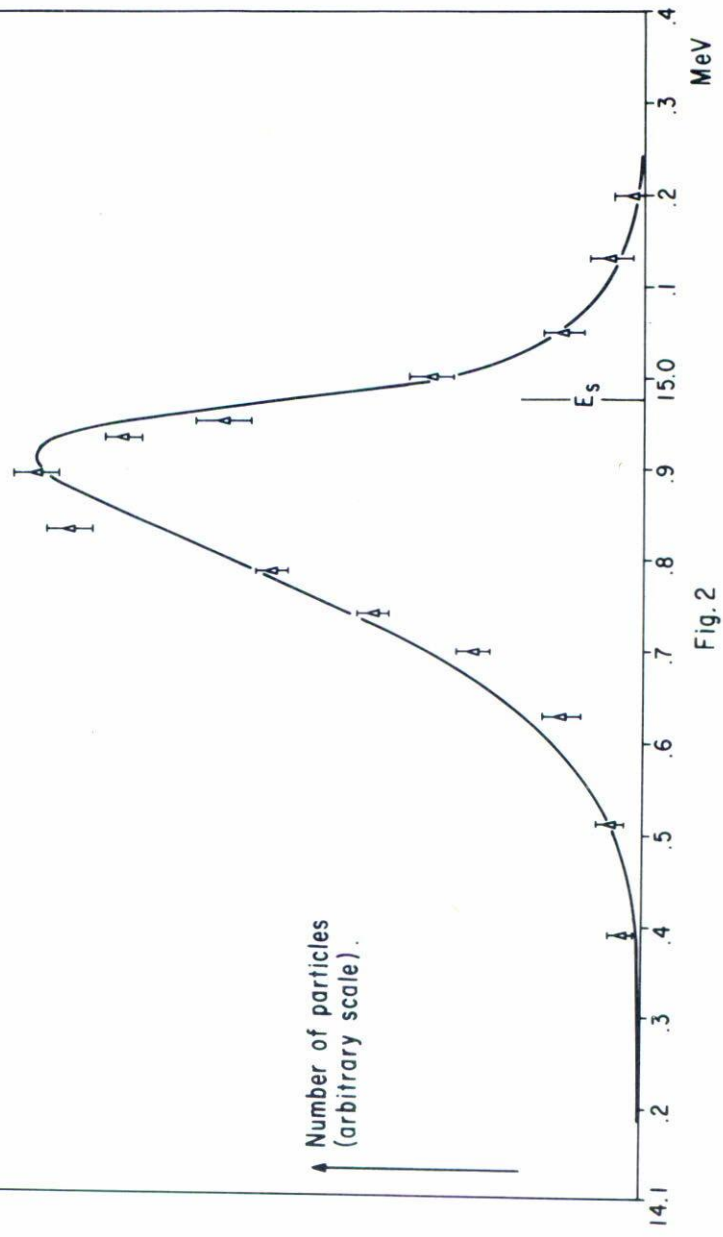


Fig. 2

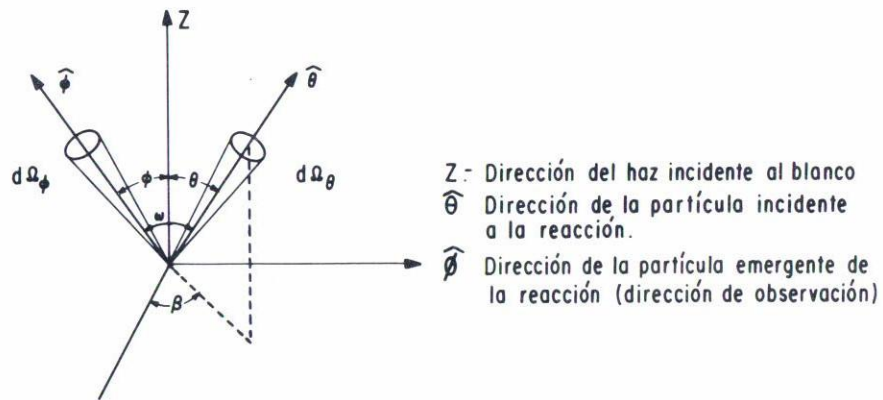


Fig. 3

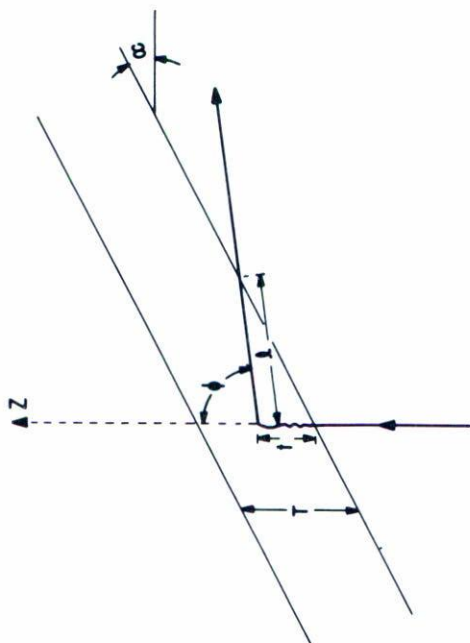


Fig. 4